



Argumentações Filosóficas sobre o Acesso ao Conhecimento Geométrico e seu Impacto nos Estudos Psicológicos: contribuições ao debate¹²

Philosophical Arguments Regarding Access to Geometric Knowledge and its Impact on Studies in Psychology: contributions to the debate

Jussara Martins Albernaz³

Resumo

As modalidades de acesso aos conceitos espaciais vem suscitando debates entre pensadores de diferentes campos do saber, com registros que remontam há mais de dois milênios. Polêmicas filosóficas têm início na antiga Grécia, influenciadas e/ou influenciando a Geometria em elaboração. Debates que vão do século XVIII ao XX, desdobram-se em questões pontuais que a Psicologia testa empiricamente, dividida entre correntes que adotam pressupostos epistemológicos divergentes. Modelos teóricos, como o de Piaget, abordam as formas como classes lógico-geométricas, outros, como os dos Protótipos, como categorias perceptivas. Pontos de contato são buscados hoje. Resultados obtidos com sujeitos de 3 anos até a idade adulta, em distintas situações de aprendizagem, com o recurso, inclusive, de um software, apontam para a necessidade de um modelo teórico que conceba a categorização das formas em seu duplo aspecto, integrando e compatibilizando hipóteses de diferentes modelos.

Abstract

The polemic concerning man's access to spatial concepts has involved thinkers from various fields of knowledge for more than 2000 years, beginning in Ancient Greece where it was influenced by and/or influenced the Geometry that was being elaborated. Philosophical debates from the 17th to the 20th Centuries turned into pointed questions that were tested empirically in the field of Psychology, which was divided by divergent epistemological assumptions. Theoretical models, such as Piaget's, conceive of forms as geometric and logical classes; others, such as the Prototype Models, see them as perceptual categories. Today, points of contact are sought. We assessed answers from subjects ranging in age from 3 years to adult, in different learning tasks, using a software and other devices; results point to the need for a theoretical model that conceives of the categorization of forms from its double perspective, integrating hypotheses from different models. The software may have pedagogical applications.

Introdução

A compreensão do mundo visual e conceitual da criança, de suas mudanças ao

¹ Digitalizado por Lessandra Marcelly Sousa da Silva e Luana Oliveira Sampaio.

² Este artigo recobre partes de uma discussão desenvolvida na Tese de Doutorado da autora.

³ Docente do Departamento de Didática e Prática de Ensino, Centro Pedagógico, UFES.
albernaz.vix@terra.com.br

longo do desenvolvimento e sob o efeito de diferentes experiências e situações de aprendizagem, vem suscitando debates, entre diferentes correntes teóricas no interior da Psicologia, por quase um século, incomodando os educadores. Pois, não seria o conhecimento de diferentes formas de acesso ao conhecimento que viabilizaria a criação e exploração de métodos de ensino ajustados a psicologia do aprendiz? Infelizmente ainda estamos longe de um consenso a respeito de diversas questões e problemas levantados a esse respeito, alguns dos quais já aparecem em registros escritos de diferentes pensadores e em polêmicas filosóficas, por vezes acaloradas, que remontam há mais de dois milênios.

Efetuamos um exercício de revisão deste debate, na busca de respostas para indagações, nascidas de problemas com que nos deparamos enquanto educadores, preocupados com o ensino da Geometria e que nos conduziram a pesquisas empíricas no campo da Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem, conforme mostraremos.

Começamos por examinar como a antiga filosofia grega posicionou-se a respeito do acesso ao conhecimento geométrico, que resumia-se, na época, a um estudo exaustivo das propriedades das figuras geométricas. Em seguida veremos como alguns dos principais filósofos europeus, de épocas e países distintos, abordaram essa questão, ainda não de todo respondida pela moderna Psicologia.

Platão, Aristóteles e a geometria grega

O começo do debate racional relativo ao acesso ao conhecimento e atribuído aos filósofos gregos. Dois de seus grandes representantes, Platão (427-347 AC.) e Aristóteles (384-321 AC), deixaram farta análise escrita de fragmentos de discursos de antigos pensadores gregos, que se perderam.

As referências começam por citar Tales de Mileto (640-546 AC), denominado filósofo por Aristóteles (1973, p. 13), e hoje reconhecido como fundador da Geometria, originalmente uma Ciência da medição da Terra. Embora Tales apresentasse explicações cosmológicas que se aproximavam mais do mito do que da ciência, ao afirmar, por exemplo, que a água era o princípio do Universo, suas proposições geométricas tomaram uma forma próxima da que prevalece ainda hoje, conforme analisa Vernant (1965): "Num triângulo isósceles os ângulos opostos aos lados iguais

são semelhantes". Segundo Proclus, 300 DC (Tradução de P. Ver Eeke, 1948), que reproduziu alguns escritos geométricos pré-euclidianos, o grande mérito de Tales foi o de ter dissociado o objeto propriamente dito de sua forma. Essa abstração teria aberto o caminho para numerosas descobertas geométricas, como ressalta Grize (1964), seguidas de especulações filosóficas a respeito da natureza da abstração.

O pensamento filosófico na antiga Grécia, nasce, portanto, solidamente ancorado a reflexões de natureza geométrica. A famosa frase que Platão gravou na sua academia: "Que ninguém entre aqui sem ser geômetra", indicava, por outro lado, ser o exercício lógico a condição indispensável para o estudos das disciplinas filosóficas. Este definiu os objetos de estudo da geometria como sendo não os objetos sensíveis, imperfeitos, mas as figuras ideais (abstratas). O triângulo estudado pelo geômetra não seria, assim, na definição de Platão, um objeto físico ou o desenho imperfeito de um triângulo, feito na areia, mas um objeto conceitual perfeito, bem definido. A Geometria caracterizava-se como uma ciência essencialmente abstrata e dedutiva, que formulava proposições a respeito de figuras, susceptíveis de serem construídas. Porém, suas proposições, elaboradas a partir dessas figuras particulares e imperfeitas, aplicavam-se a figuras perfeitas, observava Platão. Ele comparava os geômetras a "caçadores", que procurariam objetos que já existiam, para os possuírem ou para os submeterem a investigações (PLATON,1959), pois para os gregos cada figura tinha suas características e propriedades que era preciso revelar ou demonstrar.

Não seria, portanto, pura especulação atribuir grande parte das formulações filosóficas dos gregos a reflexões fundamentadas no pensamento geométrico.

Platão deparou-se com uma questão que o intrigava: como seria possível ao homem ter acesso a idéias perfeitas e verdadeiras se os objetos do mundo real são sempre imperfeitos? Como ter acesso ao conceito de beleza se um mesmo objeto pode ser considerado belo ou feio, dependendo de sua comparação com outros objetos? Ele postula, então, que haveria um mundo real de formas puras, perfeitas, estáveis, distinto do mundo sensível, transitório, contraditório, e imperfeito. O mundo real seria constituído de realizações imperfeitas, particulares, daquelas que existem no mundo das idéias puras. Teríamos acesso a essas idéias puras, universais e verdadeiras através de um treinamento dialético, gradual, que nos permitiria rememorar o mundo das idéias ao qual nossa alma teria tido acesso anteriormente.

Nessa formulação filosófica as idéias teriam uma existência própria, independentemente da mente.

Aristóteles, discípulo e rival de Platão, se contrapõe a tese dualista de existência de formas perfeitas, tidas como substâncias separadas de particulares, que as copiam. Aristóteles postula que as formas puras e universais realmente existem, mas elas estão entranhadas nas coisas e não no mundo das idéias⁴. Através do método indutivo, o espírito separaria os universais que estão nos objetos, ele abstrairia o que é comum a diversos objetos. Para Aristóteles o espírito descobriria a essência das coisas, sua organização interna, as classes de objetos existentes no mundo. Essa posição se aproxima das dos empiristas britânicos, que no entanto, crêem que as classe de objetos não são encontradas nos objetos, mas elaboradas pela mente do homem, a partir da sua experiência e do recurso da linguagem, conforme veremos.

Convém, também, destacar que foi Aristóteles quem analisou os argumentos dos pensadores de sua época e clarificou os princípios e regras da demonstração lógica, que vinham sendo empregados pela Geometria, aplicados, posteriormente, com maestria, por Euclides, em torno de 300 A.C. Aristóteles afirmava que toda ciência dedutiva deve começar por admitir princípios indemonstráveis, senão as demonstrações não terão fim. Alguns são comuns a todas as ciências, como o princípio da não contradição (um objeto não pode ser e não ser ao mesmo tempo), outros seriam peculiares a certa ciência (os postulados), admitidos com verdadeiros, sem prova. Euclides fez uso dessas ferramentas e, partindo de definições intuitivas chegou a deduzir 465 proposições, que se encadeavam logicamente, como contabiliza Wilder (1965). Este foi considerado o melhor modelo de fundamentação lógica já produzido pelo homem durante séculos, servindo de inspiração para diversas teorias científicas.

A filosofia grega, portanto, sofreu a influência da Geometria em construção, e contribuiu, ao mesmo tempo, para o avanço do pensamento geométrico, e da lógica clássica, lançando proposições, que só passaram a ser repensadas na Idade Moderna, sob o impacto de inúmeras descobertas científicas e tecnológicas.

Vejamos, agora, como os empiristas britânicos colocaram-se face ao debate da formação de conceitos espaciais e geométricos, que fascinara os filósofos gregos.

⁴ veja a este respeito em Wozzley, A.D. – Universals. In: The Encyclopaedia of Philosophy, 1967.

Empirismo britânico e as formas geométricas

A existência real dos conceitos, advogada pelos filósofos gregos, vai ser negada pelo empirismo britânico, inaugurada por Locke no final do século XVII. Não existiriam, segundo eles, formas puras, entranhadas nos objetos, como postulava Aristóteles, e muito menos formas pertencentes ao mundo das idéias, como especulava Platão. As críticas empiristas direcionaram-se, no entanto, mais fortemente, contra a crença platônica das idéias inatas.

Locke (1973), em seu "Ensaio sobre o Entendimento Humano", de 1690, diz que a idéia de espaço e de figura é tirada de nossa visão e nosso tato, sem estar entranhada nos objetos. As distinções entre as propriedades dos mesmos seriam feitas pelo homem, por critérios de conveniência e utilidade. Haveria um conhecimento intuitivo do acordo ou desacordo entre duas idéias, sem esforço para provar a assertiva. Desse modo, é que o espírito perceberia que um círculo não é um triângulo. Haveria, ainda, um conhecimento demonstrativo, em que a mente não percebe, de imediato, o acordo ou desacordo entre duas idéias: é o caso do acordo entre 3 ângulos de um triângulo e dois ângulos retos, Quanto a idéia abstrata geral de triângulo, a qual se reportariam os geômetras em suas demonstrações (Euclides o define como uma "figura retilínea trilateral" - Livro I, Def 19, trad. de Heath, 1956), Locke afirma que

não implica certo esforço e perícia formar a idéia geral de um triângulo (que não é, ainda, das mais abstratas dificultosas e não compreensíveis) porque não deve ser oblíquo, nem retângulo, nem equilátero ou equicural e nem escaleno; mas todos e nenhum deles ao mesmo tempo. Com efeito, é algo imperfeito que não pode existir, já que é uma idéia em que certas partes das várias e inconsistentes estão reunidas (LOCKE, 1973, p. 306).

Berkeley, em 1710, faz críticas a Locke a respeito da formação das idéias abstratas, pedindo que seu leitor reflita se tem ou não a idéia de triângulo a que ele se refere, ou seja "um triângulo não acutângulo, nem retângulo, equilátero, isósceles ou escaleno, mas todas essas coisas e nenhuma delas" (BERKELEY, 1973, p.14). Ele argumenta que para se decidir sobre a verdade universal de uma proposição seria necessário, a rigor, que ela fosse demonstrada para cada triângulo particular, o que seria impossível. A alternativa, na ótica de Locke, seria a de admitir que a dita proposição é válida porque advém da idéia abstrata e geral de triângulo, onde estariam incluídos

todos os particulares. Berkeley, porém, entende que, embora se use na demonstração a figura de um triângulo particular, como o triângulo retângulo isósceles, por exemplo, com certo tamanho de lados, esta pode ser generalizada a qualquer triângulo porque nem o ângulo reto, nem a igualdade ou tamanho dos lados entraram na demonstração. "É verdade que meu diagrama inclui esses particulares, mas não se aludem na prova da proposição." (BERKELEY, 1973, p. 15). Assim sendo, os ângulos podem ser oblíquos e os lados desiguais, sem invalidar a demonstração. Ou seja, a verdade não advém do fato de ter demonstrado a proposição da idéia abstrata de triângulo, conforme sugeria Locke, argumenta Berkeley.

Este segue criticando a opinião, no seu entender, universalmente aceita, a respeito das idéias gerais abstratas: pensa-se que cada nome teria um só significado definido e preciso e uma só idéia abstrata determinaria a verdadeira significação de cada nome. Este, por sua vez, só significaria alguma coisa particular por intermédio da referida idéia abstrata. Segundo Berkeley, essa opinião é falsa, o que é ilustrado com o recurso da definição do triângulo, "uma superfície limitada por três linhas retas". Segundo ele, na definição não se diz se a superfície é grande ou pequena, branca ou preta, se os lados são curtos, iguais ou desiguais, nem os ângulos segundo os quais se inclinam;

em tudo pode haver grande variedade, e, portanto, nenhuma dessas idéias determinadas limitam a significação da palavra triângulo. Uma coisa é manter constante a definição de um nome, outra é fazer que ele represente sempre a mesma idéia; uma é necessária, outra inútil e impraticável (BERKELEY, 1973, p. 16).

Além disso, poderiam haver palavras que não significam qualquer idéia. E, em outro trecho de seu Tratado ele afirma que, se as idéias abstratas, como a de triângulo, parecem óbvias e fáceis a um adulto, é só pelo seu uso constante. Possivelmente o esforço para adquiri-las se deu na infância. Esta questão permanece atual - a Psicologia a vem estudando, sem dispor, ainda, de um modelo teórico consensual a seu respeito.

Finalmente, não podemos deixar de citar Hume, outro filósofo que também critica Locke pelas "noções escolásticas sobre a abstração e as idéias gerais", tomando emprestado de Berkeley, conforme admite, o argumento da possibilidade de se fazer demonstrações universais, apesar da dificuldade de se "conceber um triângulo em geral, que não seja isósceles nem escaleno, nem tenha nenhum comprimento ou proporção

particulares de seus lados" (HUME, 1973, p.193). Só que Hume também critica Berkeley, por fazer concessões ou admitir, de alguma forma, a existência de idéias abstratas ou gerais como a de extensão. Berkeley, por exemplo, afirma que o espírito isola os elementos de um objeto extenso colorido e em movimento, e elabora, por separação mental ou abstração, a idéia de cor, movimento e extensão. Para Hume, na realidade, todas as idéias seriam "particulares, anexadas a um termo geral, que relembra, quando necessário, outras idéias particulares semelhantes, dentro de certas circunstâncias, à idéia que se acha presente ao intelecto" (HUME, 1973, p.195). Haveriam três princípios de conexão entre as idéias: a semelhança, a contigüidade de tempo ou lugar e a causa ou efeito.

Quanto aos objetos de investigação humana, Hume os divide em "relações de idéias" e "questões de fato". O raciocínio sobre "questões de fato" fundamenta-se, para Hume, na relação de causa e efeito, derivando inteiramente da experiência. Já as "relações de idéias", que pertencem às ciências da Geometria, Álgebra e Aritmética, corresponderiam a afirmações intuitivamente ou demonstrativamente certas, que

podem ser descobertas pela simples operação do pensamento, sem dependerem do que possa existir em qualquer parte do universo. Ainda que jamais existisse um círculo ou um triângulo na natureza, as verdades demonstradas por Euclides conservariam para sempre sua certeza e evidência (HUME, 1973, p.137).

Porém, adiante, ele parece ir de encontro a essa idéia, sugerindo que mesmo "as idéias de quantidade com que trabalham os matemáticos poderiam ser idéias particulares e, como tais, sugeridas pelos sentidos e pela imaginação" (HUME, 1973, p. 195). Ele parece perplexo, sobretudo, diante do que chama "conclusões paradoxais da Geometria ou da ciência da quantidade", que apoiam-se na idéia do infinitamente divisível, que é imperceptível.

A posição dos empiristas britânicos, de derivar todo o conhecimento dos objetos, vai encontrar uma forte oposição, graças aos estudos de Kant (1974). Vejamos como ele se posiciona a esse respeito.

Racionalismo kantiano e o acesso ao conhecimento espacial

Em sua "Crítica da Razão Pura" Kant analisa os argumentos de Hume e conclui que todas as tentativas de supor que o conhecimento deve regular-se pelos objetos fracassaram. E argumenta "se a intuição devesse regular-se pela natureza dos objetos

não vejo como se poderia saber algo a respeito deles" (KANT, 1974, p. 12). Adiante ele acrescenta "a própria experiência e um modo de conhecimento que requer entendimento, cuja regra devo pressupor como, a priori, em mim, ainda antes dos objetos me serem dados" (KANT, 1974, p. 13). Todo conhecimento começaria com a experiência, sem, no entanto, originar-se todo dela. Assim, a proposição "toda mudança tem uma causa", que Hume tenta derivar da experiência, ou da associação do que ocorre com o que antecede, ou ainda, do hábito, tem características universais. De onde a experiência tiraria essa certeza "se todas as regras, conforme as quais ela progride, fossem empíricas ou contingentes? (KANT, 1974, p. 25) Segundo Kant, Hume chegou bem perto da questão ao mostrar que a razão se engana ao julgar o conceito de causa e efeito como sua própria criação. A solução para esse problema, segundo Kant, seria a de admitir que tal proposição é apriorística. Haveria, assim, um conhecimento intuitivo a respeito dos objetos, apriorístico, e um conhecimento conceitual, que requer entendimento.

Kant concebe o espaço e o tempo como categorias a priori, fundamento de todas as intuições externas ao indivíduo. O entendimento pensaria os objetos dados pela intuição pura, produzindo os conceitos. Todos os princípios matemáticos seriam apriorísticos, frutos de uma evidência apodíctica. Com relação ao triângulo, por exemplo, ele diz que "enquanto objeto ele é dado anteriormente ao seu conhecimento e não obtido através dele" (KANT, 1974, p.51-52). O conceito é que seria fruto do entendimento que pensa os objetos dados pela intuição. O mundo do fenômeno seria uma construção, produzida a partir de formas a priori, do sujeito transcendental. Dentre essas formas a priori, situar-se-iam a categoria de espaço e todos os princípios matemáticos básicos, como os axiomas da geometria.

Os argumentos kantianos são solidários de uma concepção euclidiana da geometria, tida como descrição do espaço físico, e de uma concepção de tempo newtoniana. Reformulações na Geometria e na Física enfraqueceram sua filosofia. Costa (1924), no entanto, discute se ela teria sido efetivamente refutada.

Geometrias não euclidianas e reflexões pós-kantianas

Poincaré (1968) veio se opor aos julgamentos sintéticos a priori, kantianos, apontando a dificuldade de conciliá-los com a construção das geometrias não

euclidianas, concebidas na segunda metade do século XIX, com sistemas axiomáticos logicamente tão coerentes como o da geometria euclidiana. Se os axiomas são julgamentos a priori, como seria possível conceber proposições que contrariam aquelas admitidas normalmente e aprioristicamente como verdadeiras, a exemplo da que diz que "de um ponto só se pode construir uma reta paralela a uma outra reta dada?" (V postulado de Euclides). Esta proposição, dita "apriorística", não é admitida pelas geometrias não euclidianas. Poincaré opõem se, também, aos julgamentos, a posteriori, dos empiristas a exemplo do empirismo lógico e geométrico de Russel (1906), embora ambos procurem desvincular a lógica de qualquer "psicologismo", unidos no esforço de formalização da mesma e de eliminação de todo apelo a intuição.

Russel julga que é a percepção e a experiência que nos fazem escolher uma geometria, dentre outras possíveis, mas o pensamento apreende as leis lógicas que existem, independentemente dele. Para Poincaré, ao contrário a geometria é uma idealização que retém apenas indiretamente sugestões que advêm das sensações de movimentos. Para ele "a noção algébrica de corpos ideais, por exemplo, seria tirada inteiramente de nosso espírito (POINCARÉ, 1968, p. 93). Ele argumenta que não se pode experimentar sobre objetos ideais, não perceptíveis. O espaço visual, também não é homogêneo, infinito e isotrópico, como o euclidiano, e o espaço tátil e motor também difere do espaço geométrico. Ademais, para ele, toda escolha de axiomas geométricos é feita a partir de convenções adotadas graças a sua comodidade, evitando toda contradição. A experiência não provaria qualquer lei geral, ela a selecionaria dentre outras possíveis, a exemplo da escolha de uma teoria geométrica como a euclidiana, que seria tão coerente e possível quanto outras.

Posteriormente, a teorização matemática e lógica e a teoria física da relatividade colocaram em cheque o ponto de vista de Poincaré relativo à veracidade de qualquer das geometrias, independentemente de sua adequação a um modelo físico. Ficou demonstrado que um sistema de axiomas para ser verdadeiro precisa de uma interpretação, de um modelo. As diferentes geometrias correspondem a modelos existentes mas, a euclidiana, não se adequaria ao nosso Universo físico.

O debate sobre a origem do conhecimento espacial e do conhecimento em geral, não se esgotou no campo da especulação filosófica: o conhecimento derivaria dos objetos captados por nosso sistema sensorial, que determinariam as regras da atividade

mental, conforme pretendem diferentes correntes empiristas? Adviria de princípios inatos apriorísticos, ou programas geneticamente determinados, que imporiam regras para o entendimento e formas de pensar os objetos, conforme pretendem os racionalistas? As regras básicas da conduta seriam aprendidas, ou apriorísticas? Ou, a verdade estaria em outro lugar, e a relação entre estes dois termos opostos mal colocada, conforme pretendeu demonstrar Piaget, em suas incursões na campo da epistemologia, apelando para estudos psicológicos, que apontariam que as estruturas cognitivas do sujeito adviriam do próprio sujeito e do objeto, graças a um processo de interação mutua? Então, o que corresponderia na conduta do sujeito a programação genética, desenvolvida através da evolução, e o que corresponderia a condutas, programas e objetos aprendidos pelo sujeito ou construídos? As leis da lógica e as intuições geométricas elementares seriam inatas? Ou seriam adquiridas, ou ainda construídas?

A Psicologia nascente no final do século passado nutriu-se deste debate filosófico sobre a origem do conhecimento, procurando testar empiricamente as diferentes formas de entendimento, sem, até hoje, chegar a um consenso. Enquanto a Lógica, ao observar o raciocínio humano, procurava explicitar as regras utilizadas para a produção de argumentos válidos, os psicólogos orientaram-se para o estudo dos mecanismos efetivos do raciocínio, válidos ou não, dos sentimentos e emoções, tanto no homem, como no animal.

As grandes hipóteses filosóficas, por sua vez, desdobraram-se em questões pontuais que a nascente Psicologia passou a testar. Pressupostos herdados de concepções filosóficas divergentes, nem sempre bem explicitados, separavam ou aglutinavam pesquisadores desse novo campo científico. Surgiram, assim, grandes correntes de pensamento no interior da Psicologia, onde até hoje se debate sobre a formação de diferentes operações e conceitos espaciais.

Conflitos na psicologia sobre a conceituação de formas

Um mergulho em diferentes teorias psicológicas do século XX, sobre a aprendizagem e formação de conceitos, apresentada de forma mais detalhada em Albernaz (1998), nos leva a constatar que:

1) Há modelos de grande generalidade que teorizam a respeito da formação ou aprendizagem de conceitos, baseando-se em certo número de resultados empíricos,

como os de Piaget e de Vigotsky, que Pozzo (1989) classifica como reestruturalistas, mais preocupados com as mudanças estruturais do pensamento, ou os modelos de cunho associacionista, de diferentes teorias da aprendizagem.

2) Vem aparecendo, por outro lado, modelos mais restritos, que fogem da pretensão das grandes teorias de tudo explicar, como os de Bideau (1990) e Vergnaud (1993), por exemplo. Eles modelizam, de forma localizada, a respeito de aspectos distintos da realidade psico-social do sujeito humano, que se desenvolve e transforma o universo conceitual já construído.

3) Uma outra direção nas pesquisas, mais atual, conforme analisa Netchine-Grymberg (1990), e a de estabelecer conexões entre a aprendizagem e o desenvolvimento, vistos no passado como relacionados a concepções opostas relativas a formação do saber: as transformações que se efetuam em um tempo curto (transformações funcionais), ou as transformações que duram alguns anos para se estabelecer (transformações estruturais), passam a ser analisadas de forma integrada para possibilitar um maior entendimento dos fenômenos de aquisição do conhecimento.

Como as questões levantadas por esses diferentes modelos não são as mesmas, e seus pressupostos diferem, em maior ou menor grau, os métodos de estudo empregados e as respostas obtidas só podem ser diferentes. Sabe-se que a filiação a uma teoria introduz certo viés aos fatos observados. A tendência, neste caso, é a de selecionar eventos que se ajustem aos pressupostos e hipóteses centrais da mesma, ainda que o pesquisador persiga a objetividade. Os conhecimentos acumulados pela Psicologia, construídos a partir de observações naturais ou experimentos, têm, portanto, limitações manifestas, impostas pelos meios técnicos e ideias que prevalecem em cada época e lugar, ou pelas filiações filosóficas e teóricas dos seus autores, seu passado e interesse.

Um olhar para o início do século XX mostra o aparecimento de duas grandes correntes, a gestaltista e a behaviorista, que adotaram uma postura crítica face aos métodos de estudo introspectivos, pouco fiáveis, do século passado, porém com direções de trabalho divergentes.

Para os gestaltistas as "formas" (unidades organizadas irreduzíveis aos elementos que as compõe), assim como as leis de sua percepção, seriam fruto de uma estruturação primitiva e imediata já presente na criança e em outras espécies animais. A aprendizagem da noção de forma não se colocava para estes pensadores. Já a corrente

behaviorista estruturada por Watson, em 1913, desenvolveu numerosos estudos sobre a aprendizagem discriminativa ou "conceituação" de formas, que, na verdade, restringiam-se a provas de discriminação de um externo de outro. Essa corrente retinha do conceito apenas sua característica de viabilizar respostas de generalização e de discriminação, baseadas em similaridades perceptivas. O próprio termo formação de conceito era mal visto pelas correntes mais radicais, por referir-se a um processo interno, a seu ver inacessível a observação direta. A mente seria uma "caixa preta" e não se deveria fazer pressuposições sobre seu funcionamento interno.

A partir do início dos anos 70 os estudos de formação de conceitos, começaram a se distanciar dos paradigmas behavioristas clássicos, em função da influência da chamada "revolução cognitivista", que recusava abertamente, o veto behaviorista contra o "mentalismo", procurando explicar o comportamento através de processos não diretamente observáveis, inferidos a partir de uma análise das condutas de sujeitos submetidos a métodos experimentais variados, a observações sistemáticas e, inclusive, a métodos introspectivos, conforme já advogavam os teóricos da forma. Construtos teóricos do tipo esquema, operadores, representações mentais, etc., passaram a ser considerados indispensáveis para explicar as condutas humanas.

Os cognitivistas norte-americanos, porém, permaneciam muito centrados na ideia de que os conceitos seriam tão somente o resultado de um processo de identificação, diferenciação e de generalização, ou preocupavam-se com os procedimentos e hipóteses, usados pelo sujeito, para a descoberta dos atributos de um conceito. Já as correntes reestruturalistas, européias, preocupavam-se basicamente com a formação de conceitos bem definidos, ou científicos e sua evolução ao longo do desenvolvimento. Uma aproximação entre essas perspectivas surge há pouco mais de uma década.

No que diz respeito a conceituação de formas geométricas, constatamos conflitos teóricos, decorrentes do fato das mesmas serem julgadas conceitos "verdadeiros por definição", com classes perfeitamente incluídas em outras, e limites bem definidos. Neste caso, um elemento pertence à classe, dependendo do fato de possuir ou não os atributos que a define, numa concepção aristotélica. Por outro lado, essas mesmas formas podem ser vistas como simples categorias perceptivas. Alguns modelos abordam as formas geométricas como classes lógico-geométricas, enquanto outros, as tratam

como categorias naturais ou perceptivas, apreendidas através de princípios fundamentalmente indutivos. Daí desacordos que forçosamente aparecem.

Seriam as formas categorias "naturais" ou seriam "lógicas", como pretendem os estudos ditos clássicos. Ou a oposição entre estes dois termos estaria mal colocada. Se a oposição é um falso problema, necessitamos dispor de um modelo, ainda não construído, que aborde as formas de um duplo ponto de vista, mostrando as relações entre as duas modalidades de categorização, e sua utilização em diferentes situações.

Convém lembrar que, para o ser humano, o espaço físico e, inicialmente, o lugar de sua locomoção e de suas ações, que incidem sobre diferentes objetos, seu primeiro modo de conhecimento sendo eminentemente prático e funcional.

A identificação dos objetos ocupa papel importantíssimo nesse modo de conhecimento. Reconhecer um objeto e atribuir-lhe uma mesma forma, independentemente de mudanças perceptivas decorrentes de alterações de sua posição, e algo que a criança começa a fazer precocemente, Modelos representativos internos vão sendo, assim, construídos, ganham estabilidade e se transformam, a medida que a criança cresce, toma contato com os mais diversos objetos culturais e informações acumuladas pela sociedade, apropriando-se da representação simbólica, nas suas mais diferentes manifestações.

As formas geométricas planas simples, como o quadrado e o círculo, embora sendo fruto de abstrações que demoraram a ser construídas na história da humanidade (os objetos que manipulamos são, normalmente, tridimensionais), fazem parte de um elenco de figuras que povoam o mundo infantil desde a mais tenra idade, aparecendo em gravuras, sinais de trânsito, jogos, etc. Mais tarde, estas formas passam a ser objeto de estudo escolar, analisadas, sistematicamente, no âmbito de estudos geométricos.

Há de se destacar que numerosos estudos psicológicos, de inspiração piagetiana, tomaram conhecido o fato de que só a partir dos 6/7 anos as crianças começam a recorrer a classificações hierárquicas, do tipo lógico-matemático. É legítimo, portanto, que nos interroguemos a respeito do modo como o ser humano elabora as formas geométricas, que lhes são ensinadas tão precocemente no mundo atual, que dificuldades enfrentam e como as superam, ajustando sua representação interna a teorização geométrica. O velho Berkeley já especulava a esse respeito.

Contribuições ao debate e conseqüências didáticas

Implementamos estudos empíricos, com métodos variados, procurando captar as modificações na conceituação das formas, ao longo do desenvolvimento e em situações mais restritas de aprendizagem, envolvendo sujeitos de 3 anos até a idade adulta, com recursos, inclusive computacionais.

Vimos que os sujeitos parecem codificar as informações referentes às formas de maneiras distintas, que se refletem em modos de categorização diferentes, que podem coexistir e serem acionados dependendo de sua adaptabilidade a cada tarefa proposta.

Haveria um modo de categorização mais primitivo fortemente contextualizado, organizado em torno de protótipos, que possuem propriedades que se correlacionam fortemente com as dos demais integrantes da categoria. O triângulo equilátero, com base horizontal e um vértice no alto, seria, como constatamos, o melhor exemplar do triângulo. Quanto mais o triângulo se afasta desse modelo prototípico, tornando-se mais estreito ou assimétrico, ou sofrendo rotações planas, mais ou menos pronunciadas, mais tem chances de ser excluído da categoria, mesmo por adultos escolarizados. A categoria teria, portanto, suas fronteiras mal definidas. Esse modo de categorização foi investigado, sobretudo, pelas correntes psicológicas de tendência associacionistas, como a teoria dos protótipos, interessadas pela organização das categorias semânticas naturais.

Haveria, por outro lado, um modo mais abstrato de categorização conceitual. No caso das formas, o modelo geométrico seria a sua melhor expressão. As correntes mais voltadas para a organização das estruturas cognitivas do sujeito, a exemplo das de Piaget e Vygotsky, se interessaram, sobretudo, por este tipo de abordagem. Seus modelos teóricos, mais preocupados com mudanças qualitativas no modo de pensar, trazem embutida a ideia de que, durante o desenvolvimento, haveria uma substituição de um maneira de categorizar mais primitiva por outra compatível com a lógica, com alguns momentos de retrocesso pouco explicados.

Entendemos, no entanto, que os dois modos de organização interna das formas, um mais contextualizado, com contornos mal definidos, baseado em analogias figurativas, e outro estruturado de acordo com a lógica de classes, com contornos bem definidos, se inter-relacionam, mantendo conexões múltiplas, que perduram.

Interessamo-nos pela emergência do modo mais primitivo de categorizar, ainda instável, analisando alguns mecanismos de identificação de formas, dispostas em orientações diferentes, em crianças francesas e brasileiras de 3 e 4 anos. Examinamos

também a conduta de crianças francesas mais velhas, de 6 a 11 anos, em provas de classificação, emparelhamento e diferenciação de triângulos, tendo observado, no grupo de 11 anos, o surgimento de um modo de identificar e classificar triângulos, baseado na teorização geométrica, fortemente dependente da tarefa e das situações propostas.

Em seguida, aplicamos a estudantes brasileiros, de 7 turmas do curso de Pedagogia, com poucos conhecimentos geométricos, provas de identificação e classificação de triângulos e de paralelogramos, além de outras provas-controladas (desenhos de formas e definições das mesmas). Observamos em muitos desses sujeitos um modo prototípico de categorizar as formas geométricas, que os conduzia, muitas vezes e escolhas incorretas e a uma dissonância lógica entre definições e escolhas de representantes das formas. A dinâmica de discussões coletivas, aliada a trabalhos individuais, não controlados, produziam reformulações conceituais. De repente, o sujeito mudava os padrões de respostas, adotando pressupostos das teorias matemáticas.

À primeira vista tais resultados pareciam compatíveis com a formulação de que um modo mais abstrato de conceber as formas substituiria um mais figurativo reorganizando-o. Mas havia complicadores para essa interpretação: as pessoas examinadas eram universitários, já deveriam ser capazes de identificar figuras a partir de atributos de definição tão simples como “3 lados retilíneos” ou “lados opostos paralelos”. Então porque diversos sujeitos não recorreram a tal procedimento, resistindo a nomear “triângulo”, por exemplo, alguns exemplares mais assimétricos, mesmo após um primeiro feedback? E porque, em seguida, mudaram de conduta?

Essa mudança poderia ser decorrente do fato do modo geométrico de conceber as formas geométricas se ajustar mais adequadamente aos problemas propostos. Este modo de organizar as formas, baseado em atributos necessários e suficientes, no entanto, não poderia competir com outro, mais figurativo e ancorado em protótipos, se as situações fossem outras e o modo primitivo se mostrasse mais vantajoso?

Essa interpretação nos pareceu a mais plausível e foi testada graças a construção de um software que procurou captar a maneira com o sujeito concebia o triângulo e sua definição e acompanhar o eventual processo de reorganização conceitual, provocado por feedback, em crianças de 10 a 13 anos e em universitários.

Vimos, graças ao dispositivo criado, emergir um modo de categorizar do tipo geométrico em sujeitos que não recorriam a ele. Vimos, também, que o modo mais

primitivo interferia no mais abstrato, ainda não bem elaborado, ou "esquecido", gerando respostas inconsistentes. O sujeito podia se colocar em planos diferentes ao fazer as escolhas das figuras, compostas por 13 triângulos e 5 não triângulos, e da definição do triângulo, com tentativas de compatibilização nem sempre bem sucedidas. Baseava sua definição, por exemplo, no modelo ideal do triângulo ("o triângulo e uma figura com 3 lados iguais" ou "com uma ponta para cima"), dissociando a escolha das figuras deste padrão e adotando eventualmente o geométrico ao qual teve acesso em sua formação escolar. Houve os que fizessem o inverso; escolhiam as figuras baseando-se em um modelo prototípico, composto por figuras simétricas, não muito estreitas ou pouco assimétricas, e recorriam a uma definição geométrica correta, aprendida na escola ("polígono de 3 lados"). Tentativas de ajuste apareceram em todas as idades, em decorrência dos feedback que indicavam erro da escolha das figuras (pontuação inferior a máxima, de 18 pontos), definição incorreta ou incompatível com as figuras escolhidas.

Os adultos, as crianças mais velhas (de 6^a série), e algumas mais jovens (de 4^a série) terminaram por fornecer respostas consistentes e compatíveis com o modelo geométrico. Todos os que não dispunham do mesmo pareceram reformular, pelo menos parcialmente, seus modelos internos. O progresso, muitas vezes, ao invés de uma simples mudança quantitativa e contínua, pareceu adquirir características de uma revolução interna, de estruturação de um novo modo de categorizar as formas, ajustado a tarefa proposta. Nesse processo, propriedades julgadas essenciais para fundamentar os julgamentos de similaridade, como a simetria, podiam ser abandonadas e outras julgadas irrelevantes, como lados retilíneos, passariam a ser consideradas.

Os resultados acumulados nos pareceram mostrar, por outro lado, que a conceituação geométrica depende de uma massa de informações acumuladas, como conhecimentos factuais e estratégias heurísticas ou lógicas de abordar os problemas. Mecanismos de natureza mais analógica ou mais lógica se inter-relacionam de múltiplas maneiras, mobilizando uma intensa atividade de formulação e testagem de hipóteses e produzindo reestruturações conceituais. Estes resultados, por sua vez, compatibilizam-se bem com a ideia de que o sujeito seria um reconstrutor de conceitos culturalmente já elaborados ou um construtor de novos conceitos, que teriam de se ajustar ao seu próprio universo conceitual interno, e ao universo físico e social, ao qual se aplicam, mediante um processo de interação com diferentes atores.

As respostas corretas e compatíveis com o modelo geométrico que obtivemos graças ao dispositivo criado, porém, não garantem que o sujeito esteja realmente entendendo as formas enquanto classes lógicas, independentemente de um contexto perceptivo. Por exemplo: os sujeitos admitiriam que 3 pontos dispostos em diferentes astros celestes (Sol, Lua, Marte) formariam um triângulo? Outras provas, portanto, seriam necessárias para determinarmos o grau de generalização e abstração a que chegaram. Além do mais, sabemos que os conceitos não são estáticos e como diz Vergnaud (1993) tendem a se flexibilizar e se reorganizar, admitindo novos sistemas de significantes e propriedades, a serem aplicados a um número mais amplo de situações. Nosso experimento pedagógico teve, portanto, limitações, que não nos escaparam.

As perspectivas que abrimos com este estudo, porém, nos parecem interessantes. Mostramos a necessidade de construção de um modelo psicológico, que supere as insuficiências dos atuais, fornecendo suporte empírico para isso. Uma teorização sobre o problema da conceituação das formas geométricas, teria, no nosso entender, de integrar um corpo de hipóteses advindas de diferentes modelos, compatibilizando-as entre si. Esse modelo teria de conceber as formas simultaneamente, enquanto categorias naturais, e enquanto categorias lógicas, mostrando a relação entre seu duplo aspecto. Criamos, além disso, um software, fecundo instrumento de experimentação, de utilidade pedagógica, que pode ajudar o aprendiz a desvendar melhor os mistérios da Geometria. O debate que teve início na antiga Grécia continua a nos fascinar.

Referências

ALBERNAZ, J. M. **Les propriétés figurales come support ou obstacle à la categorization dès formes géométriques chez l'enfant, 1982. 66p. Mémoire de DEA.** Université de Paris V René Descartes.

ALBERNAZ, J. M. **Propriétés géométriques et classification: la similitude des triangles chez l'enfant de 6 à 11 ans.** 1980. 205 p. "Mémoire" para obtenção do título de "l'Éleve Diplômé de l'École des Hautes Études en Sciences Sociales", em Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo. Paris, E.H.E.S.S.

ALBERNAZ, J. M. Uma abordagem funcional do desenvolvimento cognitivo: a noção de "semelhança" pelas crianças de 6 a 11 anos. **Arquivos Brasil. de Psicologia**, v.38, n. 2, p. 99-114,1986.

ALBERNAZ, J. M. **Categorização Das Formas Geométricas: do Protótipo ao Conceito.** São Paulo, 1998. 385 p. Tese (doutorado) - Instituto de Psicologia, USP. ARISTOTELES. **Metafísica I**, 3.983 b 6. In: Os Pensadores, v. I. S. Paulo: Ed. Abril S.A. Cultural e Industrial, p.

13,1973.

BERKELEY, G. Tratado sobre os princípios do conhecimento humano. In: Os Pensadores, v. XXIII. S. Paulo: Abril S.A Cultural e Industrial, 1973, p. 7-50

BIDEAU, J. **Etude du développement de notions logiques Élémentaires: L'apport des expériences d'apprentissage.** 1985. Thèse pour le Doctoral d'Etat és Lettres et Sciences Humaines. Paris, Universidade Paris V.

COSTA, A..M. Kant e as Ciências Exatas. Texto apresentado originalmente no evento "Immanuel Kant - Festa comemorativa se do Bicentenário de Kant". R. Janeiro, 1924. In: Costa, A..M. **As ideias fundamentais da matemática e outros ensaios.** S. Paulo: EDUSP, p. 158-165,1981.

GRIZE, J. B. Remarques sur la structure de la géométrie élémentaire. In: Bang, V. e al. **L'épistémologie de l'espace.** Paris: PUF, p.41 -89,1964.

HEATH, T. L. **The thirteen books of Euclid's Elements**_(trad.). New York: Doves Publication Inc., 1956.

HUME, D. Investigação sobre o entendimento humano. In: **Os Pensadores**, v. XXIII. S. Paulo : Abril S.A. Cultural e Industrial, 1973, p. 127-198.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura.** In: Os Pensadores, v. XXV, S. Paulo: Abril S.A. Cultural e Industrial, 1974, p. 7- 98.

LOCKE, J. Ensaio acerca do Entendimento Humano. In: **Os Pensadores**, v. XVIII. S. Paulo: Abril S.A. Cultural e Industrial, 1973, p. 139-350.

NETCHINE-GRYMBERG, G.(Org.). **Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant.** Paris: PUF, 1990,277 p.

PLATON **Oeuvres Complètes.** Tradução de L. Robin. Bibliothèque de la Pléiade, Paris: NRF, 1959.

POINCARÉ, H. **La Science et l'Hyphothèse.** 252 p. Paris : Flamarion, 1968, 252 p.

POZZO,J. I. **Teorias cognitivas del aprendizaje.** Barcelona: Ediciones Morata,S.L.,1989.

PROCLUS DE LYCIE **Les commentaires sur le premier livre des Elements d'Euclides.** Tradução de P. Ver Eeke. Burger : Desclée de Brower,1948.

ROSCH, E. On the internal structure of perceptual and semantic category. In: T. E. Moore (Org.). **Cognitive development and the acquisition of langage.** N.York: Academic Press, 1973.

RUSSEL,R. B. **Science et Hyphothèse.** Mind,n. 15,1906.

VERGNAUD, G. **Théorie des Champs Conceptuells.** Manuscrito apresentado no Congresso Internacional de Educação Matemática, Rio de Janeiro, julho de 1993.

VERNANT, J. P. **Mythes et Pensées chez les Grecs.** Paris: Maspero, 1965.

WILDER, R.L. **Introduction to the Foundations of Mathematics**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons Inc., 1965, 313 p.

WOZLEY, A. D. Universals. **In: The Encyclopaedia of Philosophy**, v. 7/8. New York: Macmillan, p. 194-206, 1967.