ISBN 978-85-89082-23-5

As Demonstrações em Educação Matemática: um ensaio[1]

Antonio Vicente Marafioti Garnica[2]

"O discurso comporta duas partes, pois necessariamente importa indicar o assunto de que se trata, e em seguida a demonstração. […] a primeira destas operações é a exposição; a segunda, a prova."

Aristóteles

Resumo

Pretendendo estudar o discurso da Educação Matemática no que diz respeito às demonstrações em Matemática, neste texto fica estabelecida a possibilidade de relativizar posições classicamente hegemônicas com o que chamamos etnoargumentações.

Educação Matemática

Concebida como área de conhecimento teórico-prática, a Educação Matemática é movimento que se institui no instante mesmo em que algo a que chamamos Matemática ocorre num contexto de ensino e aprendizagem. Essa caracterização, ainda que vaga, por um lado, pretende afirmar a Educação Matemática como constituindo-se em trajetória, com objeto transdisciplinar[3], impedindo (ou pretendendo impedir) que:

(a) seja vista estritamente como área de pesquisa de abordagem teórica; ou como produção de uma comunidade universitária de especialistas, excluindo outros agentes que efetivamente atuam em salas de aula reais ou outros contextos - sua dimensão "prática";

(b) ensino e aprendizagem sejam tornados, unicamente, como ocorrendo em instâncias de educação formal, desprezando contextos outros;

---

[1] Digitalizado por Lucieli M. Trivizoli e Marco A. Escher.

[2] Professor da Faculdade de Ciências da UNESP de Bauru e do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. vgarnica@travelnet.com.br

[3] O adjetivo "transdisciplinar", como aqui usado para a Educação Matemática, indica a natureza dos objetos tratados por uma área que não se restringe unicamente à interseção entre Matemática e Educação. "Transdisciplinaridade", de modo geral, diz daquilo que se constitui num livre-trânsito entre áreas do conhecimento, desconhecendo fronteiras. O termo, entretanto, não deve ser aceito sem questionamentos. A natureza disciplinar do conhecimento, numa sociedade de vigilância e controle, do que nos alerta Foucault, desempenha, nessa nomeação, papel decisivo. Não sendo o objetivo específico desse trabalho, deixamos essa discussão para outro momento.

ISBN 978-85-89082-23-5

(c) a produção de Matemática em estado nascente seja tida como seu objeto de investigação - distorção nem sempre compreendida ou claramente explicitada, mas bastante presente como elemento valorativo; e que

(d) esse movimento, ou região de inquérito, seja visto como estático, tendo início definido e elaborações gerais e definitivas (normatizações) que podem regulamentar as práticas de ensino e aprendizagem de modo objetivo (constituir-se em trajetória, ao contrário, é defender que uma Educação Matemática toma corpo a partir do primeiro instante em que alguém impõe-se ensinar a alguém algo chamado Matemática, passando a refletir sobre essa sua ação).

Nesse panorama, tenho defendido que, embora a Educação Matemática deva lutar pela atribuição de significados que desmistifiquem oposições assimétricas como professor/pesquisador, teoria/prática, sujeito/objeto, pedagógicas/específicas, (esta última uma oposição clássica no terreno de estudos sobre a formação do professor de Matemática) esses binarismos devem ser reconhecidos histórica e culturalmente, reconhecimento do qual, possivelmente, surgirá o germe para sua diluição.

Educação Matemática e Demonstrações

Meus estudos sobre as provas formais ou demonstrações "rigorosas" surgiram de minhas perplexidades como professor de Matemática. Nunca havia, sistemática ou reflexivamente, tematizado o assunto antes disso. Dediquei-me a ele mais especificamente no doutorado (GARNICA, 1995), embora as questões acerca da linguagem (seja ela artificial ou natural) tenham sempre estado em meu horizonte. Vinculando a pesquisa de doutorado à minha prática de sala de aula, em cursos de licenciatura, perguntava, então, o que significava a prova rigorosa (ou demonstração formal) na formação do professor de Matemática.

Minha trama de investigação, pautada numa vertente qualitativa de pesquisa plasmada na fenomenologia, mostrou uma nítida convergência nos discursos de professores que, embora vindos de áreas de pesquisa diferentes, efetivamente atuavam em cursos de licenciatura em Matemática: a prova rigorosa é tida como elemento fundamentalmente importante para a formação de professores. Essa importância, entretanto, admitia - como percebemos na trajetória da análise dos discursos - duas diferentes leituras. A essas formas de discurso sobre as provas rigorosas para a formação do professor de Matemática, associamos dois terrenos nos quais enraizamos as leituras: os campos da técnica e da crítica.

Um trabalho hermenêutico a esses dois termos cuidou de estabelecer, entre eles, oposições e similaridades. Esse cuidado, mais do que impedir que deslizássemos para a constituição de nova oposição assimétrica (que adviria, naturalmente, se nos bastássemos aos significados atribuídos aos termos pelo senso comum), fez com que compreensões mais apuradas acerca dessas leituras surgissem. Os campos técnico e crítico apresentavam concepções divergentes sobre verdade[4] (em particular, a verdade Matemática) e sobre os terrenos nos quais poderiam ser situadas essas duas distintas leituras: a técnica, no da produção científica de Matemática e a crítica, no da Educação Matemática[5].

Assim, concluíamos então, naquele trabalho, que a prova rigorosa, sendo elemento fundamental para entender a prática científica da Matemática, seria também

---

[4] Hoje, após a pesquisa de Fernandes (2001), falaríamos, também, em “regimes de verdade”: “Vendo-se como um sujeito que ocupa uma posição estratégica no interior da estrutura escolar, o professor utiliza o espaço que esta lhe oferece – a sala de aula – para fazer valer o seu discurso. Ninguém se insere na ordem dos discursos se não satisfizer certas exigências ou se não for, de início, qualificado para fazê-lo. É esse o germe do significado que atribuímos à vinculação ‘sala de aula/concepções/políticas de verdade’. Segundo Foucault, cada comunidade tem seu regime de verdade, sua ‘política geral’ de verdade. A manifestação desse regime está presente nos tipos de discurso que uma comunidade acolhe e faz funcionar como válidos. São os mecanismos e as instâncias que permitem distinguir os enunciados verdadeiros dos falsos, a maneira como se sanciona uns e outros; as técnicas e procedimentos que são válidos para a obtenção da verdade; o estatuto daqueles que têm o encargo de dizer o que funciona como verdadeiro. Para o autor, essa ‘economia política’ da verdade tem cinco características historicamente importantes: a ‘verdade’ é centrada na forma do discurso científico e nas instituições que o produzem; está submetida a uma constante incitação econômica e política (necessidade de verdade tanto para a produção econômica, quanto para o poder político); é objeto, de várias formas, de uma imensa difusão e de um imenso consumo (circula nos aparelhos de educação ou de informação, cuja extensão no corpo social é relativamente grande, não obstante algumas limitações rigorosas); é produzida e transmitida sob o controle – não exclusivo, mas dominante – de alguns grandes aparelhos políticos ou econômicos (universidade, exército, meios de comunicação); enfim, é objeto de debate político e de confronto social (as lutas ideológicas). Percebe-se, assim, que o ‘regime de verdade’ de uma sociedade apóia-se num suporte institucional que o utiliza para produzir e transmitir, através de seus discursos, as verdades necessárias à manutenção das relações de poder. É o que ocorre com a Educação Escolar em sua versão oficial. Esta, como um dos instrumentos específicos do Estado, encarrega-se, através de seu discurso, de sintetizar as ideologias que garantem a manutenção do poder dominante e inscrevem-se como seu desejo. No entanto, pode acontecer que esse ‘objeto de desejo’ encontre resistências. Mesmo dentro dessa estrutura podem surgir discursos resistentes à rede de poder que se exerce. Como diz Foucault (1998), todo sistema de educação é uma maneira política de manter ou de modificar a apropriação dos discursos, com os saberes e os poderes que eles trazem consigo. Assim sendo, embora as instituições escolares desempenhem de fato funções de submetimento, elas podem desempenhar também funções libertadoras. É, então, possível a formação de sujeitos críticos que resistam às formas de imposição.”

[5] Hoje, vivenciadas novas experiências e produzidos outros significados, preferiríamos afirmar que as leituras explicitam concepções distintas que podem – ou não – estar presentes em áreas específicas do conhecimento.

fundamental nos cursos de formação de professores, não como mero recurso técnico, mas numa abordagem crítica, que possibilitasse uma visada panorâmica nos modos de produção e manutenção da "ideologia da certeza" para que, a partir disso, pudessem ser produzidas formas alternativas de tratamento às argumentações sobre os objetos matemáticos em salas de aula reais.

Tais considerações seguiram ancoradas não só na análise dos discursos de professores, mas, também, em uma extensa revisão bibliográfica que, à época[6], conseguiu "fechar" um ciclo de referências. Essa revisão ressalta não só a inexistência de referências sobre a prova rigorosa tratada no contexto da formação de professores – embora a literatura em Educação Matemática, área na qual as buscas foram concentradas, trouxesse um número significativo de publicações relativas ao tema –, mas abre, também, a possibilidade de analisarmos a prova como atividade social, negociada em comunidade, o que reforça ainda mais o que hoje chamamos, seguindo Foucault, de constituição de um regime de verdade. De modo geral, detectou-se que:

(a) a prova rigorosa é elemento essencial para compreendermos o funcionamento do discurso matemático[7] e o modo como são engendradas as concepções que permeiam a sala de aula de Matemática sendo, por isso, tema importante à Educação Matemática;

(b) no que se refere à questão do chamado "rigor matemático", os estudos publicados não concebem a possibilidade de um rigor alheio à Matemática dita "formal"[8], desenvolvida profissionalmente na área acadêmica, mesmo criticando e tomando tais possibilidades em suas limitações. Ou, de outro modo, não são vistas como "rigorosas" argumentações não-formais ou o que, mais tarde, chamamos de "etnoargumentações"[9];

(c) o surgimento da prova, com os gregos, e mesmo sua formalização amplamente divulgada no mundo contemporâneo, carecem de estudos históricos[10] mais apurados. É necessária, ainda, uma arqueologia da

[6] O trabalho de doutorado, ao qual aqui fazemos referência, foi finalizado em meados de 1995.
[7] Poder-se-ia dizer que a prova rigorosa é, por excelência, "a" metodologia Matemática, vindo a caracterizar o que chamamos de "estilo matemático".
[8] Esse "formal" refere-se especificamente ao fato de tratar a Matemática de formas ideais, próprias ao domínio do "qualquer-que-seja", e não por serem formalizáveis seus objetos.
[9] O termo e a afirmação – que formarão a tese desse texto – serão retomados à frente. Note-se, porém, que chamei de "etnoargumentações" somente às argumentações não-formais, o que se revelará equivocado.
[10] Nesse sentido, o trabalho mais completo do qual temos referência (ARSAC, 1987) situa a

transformação da Matemática em ciência hipotético-dedutiva;

(d) a utilização da informática para desenvolver provas ainda é questão altamente polêmica, cercada de paradoxos que focam validade, teoria e prática[11];

(e) várias são as referências bibliográficas que tratam de metodologias para uso da prova em salas de aula, embora elas possam ser vistas como estudos compartimentados, sem um elo forte ou claro o suficiente para amalgamá-las num projeto comum, com uma teoria consistente que lhes sirva de fundamentação;

(f) a prova rigorosa é engendrada, executada, verificada e, finalmente, validada por critérios nitidamente sociais, afirmação essa que rompe tanto com os aspectos lógicos quanto com os aspectos matemáticos que, a julgar as proposições pelas quais a ideologia da certeza trafega, deveriam caracterizá-la[12].

Linguagem e argumentação: revisitações

De modo geral, foram essas, à época do trabalho de doutorado, nossas compreensões. Já então, porém, a fenomenologia indicava o nunca-definitivo de compreensões que advém das tramas da investigação, posto que interpretações são reelaborações contínuas, indicação esta que experienciações posteriores trataram de confirmar.

Meu trabalho com formas de linguagem - embora, nisso, a linguagem

---

transformação da Matemática em ciência hipotético-dedutiva num sistema de duas afirmações que conectam a questão dos incomensuráveis (opção internalista) ao contexto social grego (opção externalista). Note-se, também, que várias críticas à ausência de trabalhos ditos “arqueológicos” creditam essa lacuna a uma aversão que a ciência contemporânea (mais especificamente, as chamadas “ciências exatas”) tem manifestado em relação a estudos dessa natureza.

[11] Interessante notar que, a julgar pelas referências, a aceitação das provas realizadas por computador envolveria como que um “ato de fé”, pois exigiria algo além de um tratamento finitário. Mais interessante, ainda, é cotejar tal posição com (a) aquela do discurso de Berkeley acerca dos infinitésimos e (b) com a caracterização da prova como ato social, relativizando parâmetros de rigor. Em realidade, uma concepção mais abrangente de “ato de fé” parece reger o que se chama de prova rigorosa em Matemática, a saber: “*Um acto de fé no consiste em creer sin ver, o em creer em lo que no se ve, sino em creer que se ve, cualquiera que sean los ojos com que se mire, e independientemente de que se vea o de que no se vea.*” (Bacca)

[12] Embora essa síntese tenha sido realizada a partir de extensa revisão, alguns excertos de textos, apenas usados como epígrafes em Garnica (1995) são significativos: “*Depuis les Grecs, qui dit mathématique dit démonstration; certaint doutent meme qu’il se trouve, en dehors dês mathématiques, des démonstrations au sens précis et rigoreux que ce mot a reçu des Grecs.*” (Bourbaki); “/.../ *after some twenty years of very ardous toil, I came to the conclusion that there was nothing more I could do in way of making mathematical knowledge indubitable.*” (Russell); “*A proof becomes a proof after the social act of ‘accepting it as a proof’. This is true of mathematics as it is in physics, linguistics, and biology.*” (Manin) e “*What mathematicians at large sanction and accept is correct.*” (Hersh)

ISBN 978-85-89082-23-5

Matemática tenha desempenhado papel preponderante, quase exclusivo - sempre indicou a necessidade de, nos contextos de ensino e aprendizagem de Matemática, haver uma interconexão entre as linguagens natural e artificial. Mesmo tendo a aparência (ou a pretensão) de impermeabilidade, a linguagem Matemática não pode prescindir da língua materna para sua comunicação, e esse processo de vinculação entre sintaxe e semântica, mesmo que de difícil apreensão, naturalmente impõe-se no dia-a-dia do professor de Matemática. Essa constatação, junto às discussões na comunidade de educadores matemáticos, fez com que, em minha trajetória, a prova rigorosa passasse a ser considerada como uma – dentre as várias – forma de argumentação acerca do objeto matemático.

É esse o panorama em que, acreditamos, devem ser investigados os limitantes e potencialidades das provas rigorosas em Educação Matemática. No caso de situações chamadas "semiformais" ou "não-formais" (para diferenciá-las daquelas formas de tratamento do objeto matemático do ponto de vista de sua produção científica), encontraremos suporte mais viável para análise no contexto sócio-cultural-econômico-lingüístico de quem argumenta e não em estudos sobre a aplicação de regras lógicas ou raciocínios dedutivos. Talvez seja isso, também, um possível indicador da necessidade de demarcação: de um lado, os raciocínios indutivos como formas mais freqüentes de ação na produção de justificativas semiformais e não-formais e, de outro, a exigência de deduções[13].

Uma proposta mais geral, no entanto, é o fortalecimento da concepção de que a Matemática profissional – ou Matemática acadêmica – é uma dentre as várias Matemáticas existentes, uma dentre as várias formas de apreensão do mundo, uma dentre as Etnomatemáticas. A partir daí, as classificações das formas de argumentação poderiam ser revistas, não se constituindo mais o formal/semiformal/não-formal, em

[13] Charles Sanders Peirce, a essas formas, acrescenta a abdução. Sua apresentação desse terceiro modo de inferência, é discutida em Garnica (2002): "*Deduction, according to Peirce, depends on our confidence in our ability to analyze the meaning of the signs in our thinking or by which we think, while induction depends upon our confidence that a run of one sort of experience will not be changed or cease without some indication before it ceases. Abduction (or Retroduction or Hypothetic Inference) depends on our chances of, sooner or later, guessing at the conditions under which a given kind of phenomenon will present itself. Deduction can be presented in a classic form of silogism as Peirce himself did in 1878, but there are also other ways of picturing abductive inference as shown in Josephson & Josephson (1996).* ***Deduction*** *⇒ Rule: All the beans from this bag are white/Case: These beans are from this bag/Result: These beans are white.* ***Induction*** *⇒ Case: These beans are from this bag/Result: These beans are white/Rule: All the beans from this bag are white.* **Abduction** *⇒ Rule: All the beans from this bag are white/Result: These beans are white/Case: These beans are from this bag".*

oposições tão definitivas. Por agora, entretanto, afirmo que (a) o estudo das argumentações sobre conteúdos matemáticos pode ser visto sob diferentes perspectivas. Para tanto, torna-se necessário falarmos em diferentes formas de argumentação, ou de modos diferenciados – mas coexistentes nas salas de aula – para o estabelecimento de justificações e que (b) numa Matemática formal, acadêmica que, na prática, segundo a literatura disponível, caracteriza-se como uma Matemática platônica, o modo de argumentação, por excelência, é a prova rigorosa ou demonstração formal, envolta em paradoxos, mas com o objetivo de firmar, definitivamente, a veracidade das afirmações Matemáticas. Dirige-se mais à prática profissional e científica de justificação de conhecimento matemático[14], devendo ser relativizada e mais estudada quanto a sua forma de utilização em salas de aula[15].

Disso tudo, como sistematizar nossas compreensões e, então, finalizar esse

[14] Morris Kline, em seu texto "Logic *versus* Pedagogy", publicado no ***The American Mathematical Monthly*** (Mar., 1970) argumenta, em sincronia com nossas afirmações, sobre a distorção de se tomar o método dedutivo como modelo pedagógico: "Primeiro ponto: a Matemática é uma atividade cujo primado é da atividade criativa, e pede por imaginação, intuição geométrica, experimentação, adivinhação judiciosa, tentativa e erro, uso de analogias das mais variadas, enganos e trapalhadas. Mesmo quando um matemático está convencido de que seu resultado é correto, há muito para ser criado até encontrar a prova disso. Como Gauss afirmou: 'Tenho meu resultado, mas ainda não sei como obtê-lo'. Todo matemático sabe que trabalho árduo /…/ é necessário e o sentido da realização deriva do esforço criativo. Construir a forma dedutiva final é uma tarefa entediante. A lógica não descobre nada, nem o enunciado de um teorema nem sua prova, nem mesmo a construção de formulações axiomáticas de resultados já conhecidos /…/ Há um outro motivo pelo qual a versão lógica é uma distorção. Os conceitos, teoremas e provas emergem do mundo real./…/ a organização lógica é posterior. De fato, se for pedido a um aluno realmente inteligente que cite a lei comutativa para justificar, digamos, 3.4=4.3, ele muito bem pode perguntar: 'Por que a lei comutativa é correta?'. De fato, nós aceitamos a lei comutativa porque nossa experiência com grupos de objetos nos diz que 3.4=4.3 e não o contrário. /…/ A insistência na abordagem dedutiva engana o aluno ainda de outro modo. Ele é levado a acreditar que a Matemática é criada por gênios que começaram pelos axiomas e raciocinaram diretamente desses axiomas para os teoremas. O aluno sente-se humilhado e desconcertado, mas o professor, prestativo, está totalmente preparado para demonstrar-se como um gênio em ação. Talvez a maioria de nós não necessite ouvir como a Matemática é criada, mas parece ser útil atentar para as palavras de Félix Klein: 'Você pode ouvir de não-matemáticos, especialmente dos filósofos, que a Matemática consiste exclusivamente em traçar conclusões a partir de premissas claramente enunciadas; e que, nesse processo, não faz diferença o que essas premissas significam, se são verdadeiras ou falsas, desde que elas não se contradigam. Mas alguém que tenha produzido Matemática falará algo bem diferente. De fato, aquelas pessoas estão pensando somente na forma cristalizada pela qual as teorias Matemáticas são apresentadas ao final de um processo. O investigador em Matemática ou em outra ciência, entretanto, não trabalha nesse rigoroso esquema dedutivo. Ao contrário, ele faz uso essencial de sua imaginação e procede indutivamente, apoiado por expedientes heurísticos. Pode-se dar numerosos exemplos de matemáticos que descobriram teoremas da maior importância que eles mesmos não puderam provar. Poderíamos, então, nos recusarmos a reconhecer isso como uma enorme realização e, em referência ao que foi dito acima, insistir que isso não é Matemática? /…/ nenhum julgamento de valor pode negar que o trabalho indutivo da pessoa que primeiro anuncia um teorema é, ao menos, tão valoroso quanto o trabalho dedutivo daquele que primeiro o provou. Pois ambos são igualmente necessários, e a descoberta é a pressuposição de sua conclusão posterior'."

[15] O trabalho de Maria Regina Gomes da Silva (1993) nos alerta para o deslizamento que as concepções da prática científica realizam em direção à prática pedagógica.

ISBN 978-85-89082-23-5

texto? Creio que recorrendo uma vez mais ao "regime de verdade" foucaultiano. A comunidade dos profissionais responsáveis pela produção social que denominamos "Matemática", produz os discursos que veicula e aceita como válidos. A prova rigorosa, desse ponto de vista, é o fio condutor de seu regime de verdade, seu estilo, o que estabelece, em última instância, sua política geral de verdade. A Educação Matemática, concebendo a própria Matemática (acadêmica, formal) como uma dentre as Etnomatemáticas existentes, atribui seus significados à "Matemática", qualquer que seja ela. De uma forma geral, atribui significados às Etnomatemáticas. Tais significados, segundo penso, são mais amplos que os da própria Matemática (formal, profissional, acadêmica), pois ao discurso da Educação Matemática cabe tratar não só daquela Matemática desenvolvida na prática científica[16] (cuja comunidade é formada em situações de ensino e aprendizagem de Matemática, "objeto" da Educação Matemática), mas às várias Etnomatemáticas, visando àquele que, de modo genérico, chamamos "aprendiz". Constitui-se, portanto, um outro regime de verdade, o da Educação Matemática, no qual as concepções acerca das demonstrações[17] (tidas, nesse regime, como etnoargumentações) são relativizadas e tomadas de modo muito mais amplo que na política geral de verdade da Matemática profissional.

Etnoargumentações – "demonstrações" em sentido amplo – têm, sempre, a função de convencer, tomado "convencimento", aqui, como a negociação que se estabelece para a atribuição de significados. A essa ampliação de escopo vincula-se uma ampliação das próprias concepções sobre Matemática. Ao invés de tomar "A" Matemática como um conjunto de objetos que pode ser atingido de vários modos, segundo várias práticas, chamaremos de "Matemática" (ou "Matemáticas" ou ainda "Etnomatemáticas") um conjunto de práticas (e, conseqüentemente, dos valores vinculados a essas práticas). A Matemática da Educação Matemática, portanto, em seu regime de verdade, é uma outra Matemática, radicalmente distinta daquela vista sob a perspectiva da prática profissional dos matemáticos. Distintos regimes de verdade falam de distintas Matemáticas, não de uma única Matemática, plena, onipresente, onipotente,

[16] Ressalte-se, entretanto, que não é função da Educação Matemática a produção de Matemática formal (o que é uma distorção/incompreensão flagrante, a julgar por nossas proposições anteriores), mas uma critica (tomando crítica, aqui, em sentido amplo) sobre a imersão das "Matemáticas" em situações de ensino e aprendizagem.
[17] Note-se que poderíamos falar até em etnoargumentações "rigorosas", posto estarmos relativizando não somente o conceito de "demonstração" mas, também, a própria noção "clássica" de "rigor", termo que não mais é concebido exclusivamente como aquele ditado pela prática científica da Matemática, cujos parâmetros (ideais) são dados pela Lógica.

onisciente, que pode ser atingida de diferentes formas. Isso não tem sido explicitado de modo claro – ou, falando de outro modo, pode estar sendo sistematicamente negligenciado – pelas Filosofias da Educação Matemática.

Bibliografia

ARSAC, G., **L'origine de la démonstration: essai d'épistemologie didactique**. Récherches em Didactique des Mathématiques, v. 8, n.3, 1987.

BALDINO, R.R., **A interdisciplinaridade na Educação Matemática**. Didática. São Paulo: UNESP, v. 26/27, 1991.

FERNANDES, D.N., **Concepções dos Professores de Matemática: uma contra-doutrina para nortear a prática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro: IGCE-UNESP, 2001.

GARNICA, A.V.M., **Fascínio da Técnica, Declínio da Crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Rio Claro: IGCE-UNESP, 1995.

GARNICA, A.V.M., É necessário ser preciso? É preciso ser exato? Um estudo sobre argumentação Matemática ou uma investigação sobre a possibilidade de investigação. In CURY, H.N. (org.). **Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada**. Porto Alegre: Edipucrs, 2001.

GARNICA, A.V.M., **Changes and chances: an initial study of Peirce's pragmatism and mathematical writings as they relate to education and the teaching and learning of mathematics**. Bauru: UNESP, 2002. (*draft*).

HARIKI, S., **Analysis of Mathematical Discourse: multiple perspectives**. Tese (Doutorado em Filosofia). Southampton: University of Southampton (Inglaterra), 1992.

KLINE, M., Logic versus Pedagogy. **American Mathematical Monthly**, v.77, n.3, March, 1970.

SILVA, M.R.G., **Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro: IGCE-UNESP, 1993.