ISBN 978-85-89082-23-5

Educação Matemática, Jogos e Abstração Reflexiva[1]

Antonio Carlos Carrera de Souza[2]

Paulo Sérgio Emerique[1]

Resumo

O presente trabalho trata das ligações existentes na Educação Matemática, a partir da sala de aula, entre a Psicologia cognitiva, na vertente piagetiana, e os jogos. Ressalta a importância destes para a autonomia da criança em idade escolar. E explorado o conceito de "abstraction réfléchissante" como central tanto na questão cognitiva como da autonomia.

Abstract

The purpose of this paper was to discuss the relationship between Mathematics Education, Genetic Epistemology and games. The authors also emphasize the games role in development of autonomy of the students. The concept of abstraction réfléchissante was accepted, by the authors, feature for the development of de autonomy and cognition.

O conceito de abstração reflexionante, conforme o proposto pela Epistemologia genética criada por Jean Piaget e colaboradores[3], tem como proposta inicial que o conhecimento se desloca entre o conhecimento físico e o lógico-matemático. O conhecimento físico caracteriza-se pela identificação das propriedades físicas dos objetos, tais como cor, forma e grandeza e seus relacionamentos, derivados dessas propriedades, como a realidade. Aqui a informação procede do objeto ou dos aspectos materiais da ação para o sujeito. Essa informação que chega ao sujeito através da abstração empírica caracteriza-se pela ausência do conhecimento racional, ficando restrita a descobrir propriedades simples como aumento de peso ou aumento de tamanho que, geralmente, são simplesmente observáveis.

Para Piaget e o grupo de Genebra, a experiência lógico-matemática e explicada fundamentalmente pela ação do sujeito sobre os objetos; dessa ação também se originam as

[1] Digitalizado por Luzia Aparecida de Souza e João Ricardo Viola dos Santos, alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro.
[2] Docentes do Depto. De Educação e da PGEM, UNESP, Campus de Rio Claro.
[3] Piaget, J. Recherches sur l'Abstraction Réfléchissante, Paris: PUF, 1977.

ISBN 978-85-89082-23-5

descobertas das propriedades nela envolvidas. Alguns exemplos desse tipo de experiência são as ações ligadas a enumerar, adicionar, ordenar, classificar e estimar. Na experiência lógico-matemática encontramos dois tipos de abstração: a abstração pseudo-empírica e a abstração reflexionante[4]; são dois processos distintos, porém caracterizados ambos pelo conhecimento relacional. O conhecimento lógico-matemático caracteriza-se pela coordenação mental e abstrata das relações que o indivíduo faz entre os objetos. Como exemplo, temos que a idéia de número é formada a partir de relações que a criança elabora entre os objetos[5].

Buscando clarificar a questão da abstração empírica, da abstração reflexionante, vamos delimitar, de modo sucinto, o campo de cada uma, Piaget mostra que há dois tipos de experiências de conhecimento: a experiência física e a experiência lógico-matemática. Na abstração empírica - pertencente exclusivamente ao campo das experiências físicas - o sujeito da aprendizagem simplesmente percebe as propriedades físicas dos objetos. Na abstração reflexionante - pertencente exclusivamente as experiências lógico-matemáticas -, vamos encontrar, diferentemente da abstração empírica, a construção de relações, propriedades e estruturas lógico-matemáticas partindo da ação do sujeito sobre os objetos. Essas relações, propriedades e estruturas não tem existência na realidade exterior ao cérebro humano. Essa construção mental é a base, para Piaget, do conhecimento matemático. Deve ser salientado que a experiência física e a experiência lógico-matemática coexistem na realidade psicológica de uma criança que esteja, por exemplo, construindo a idéia de número ou figuras geométricas.

A abstração pseudo-empírica tem seu campo de ação a partir de objetos materiais porém em um nível distinto da abstract empírica, pois se caracteriza basicamente pela ação do sujeito sobre os objetos nos quais a ação mental do indivíduo introduz propriedades. Essa distinção entre a abstração pseudo-empírica e abstração empírica é de fundamental

[4] "Abstração reflexiva" é o nome adotado quase que hegemonicamente no Brasil como tradução de "abstraction réfléchissante". Acreditamos, porém, que, no sentido originalmente dado por Piaget ao termo, ela inclui uma ação do objeto e do sujeito simultaneamente. Na realidade, preferimos como tradução "abstração refletora" ou " abstração reflexionante" que incluem no nome as ações de "réfléchissemente", no sentido de "projeção" em outro nível das estruturas do pensamento conceitual de "réflexion", no sentido de integração em outra estrutura por reconstrução. Piaget, J., op. cit., p. 303 e ss.

[5] Piaget, J., e Inhelder, B. Gênese das Estruturas Lógicas Elementares, Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

ISBN 978-85-89082-23-5

importância, pois, enquanto a empírica é classificada como pertencente ao campo da experiência física, a abstração pseudo-empírica é classificada como pertencente ao campo das experiências lógico-matemáticas.

Para Piaget e o grupo de Genebra, a abstração que realmente dá conta da gênese do conhecimento matemático é a "abstraction réfléchissante" - abstração refletora ou reflexionante-, caracterizada por se realizar sobre as próprias atividades cognitivas do sujeito através de esquemas, coordenações de ações, operações e estruturas. Essa é a abstração utilizada normalmente pelos sujeitos na resolução de problemas ou nas questões relativas à adaptação. A "abstraction réfléchissante" é dividida em "réfléchissemente" - projeção - e "réflexion" - reflexão. A projeção é caracterizada por um conhecimento projetado em níveis distintos de estruturas como, por exemplo, partindo da ação ao pensamento conceitual, da aritmética à álgebra. Piaget comenta a esse respeito:

> "O réfléchissemente mais elementar que aqui temos que considerar *é* aquele que conduz ações sucessivas a sua representação atual, portanto, de um movimento sensório-motor a um início de conceituação que o englobe, assim como os seus predecessores próximos (por exemplo, quando um sujeito diz: agora eu coloco uma amarela em uma série de fichas em que esta vem depois de uma vermelha). O segundo patamar é o da reconstituição (com ou sem narração) do seguimento das ações do ponto de partida ao seu término, consistindo, pois, em reunir as representações em um todo coordenado. O terceiro patamar é o das comparações, em que a ação total, assim reconstituída, *e* comparada a outras, análogas ou diferentes... Uma vez que, por essas comparações, as estruturas comuns ou não comuns são depreendidas, depois de novos patamares de reflexos, caracterizadas por reflexões sobre reflexões precedentes, elas iniciam um quarto patamar e resultam finalmente em diversos graus de meta-reflexões ou pensamento reflexivo, permitindo ao sujeito encontrar as razões de conexão até aí simplesmente constatadas”[6].

Dentro da "abstraction réfléchissante" interagem, então, o "réfléchissemente" e a "réflexion" que através de diversas formas encaminham o pensamento a uma "regulação" de "regulações", ou seja, buscam a equilibração majorante em uma seqüência de operações desequilibradoras em uma dada estrutura. Piaget comenta que a "abstraction réfléchie" - uma reflexão sobre reflexão - ocorre quando, em níveis superiores do pensamento, há uma tomada de consciência do sujeito a partir do momento em que gera, através do movimento

6

ISBN 978-85-89082-23-5

interativo, a construção de estruturas de ordem superior.

A coexistência da abstração empírica e da "abstraction réfléchissante" é obviamente uma necessidade, pois um conhecimento lógico-matemático construído com base na abstração reflexionante tem seu primeiro momento na realidade física, ao experimentar formar relações a partir de percepções empíricas. Um exemplo do que afirmamos é a utilização de bolinhas para obter a idéia de número através da inclusão hierárquica. Por outro lado, um sistema lógico-matemático desenvolvido busca observar a realidade física externa de modo a perceber todas as relações, propriedades e estruturas existentes no real. Essa relação procura desnudar as leis que regem objetivamente a realidade, revelando a gênese do conhecimento matemático. Caraça explicita esse fato da seguinte forma:

> "A idéia de número natural não é um produto puro do pensamento, independente da experiência; os homens não adquiriram, primeiro, os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens. A imagem do homem, criando duma maneira completa a idéia de número, para depois a aplicar à prática da contagem, é cômoda, mas falsa"[7].

A questão da contagem exemplifica claramente a importância da experiência e da ideação, enquanto motores do conhecimento humano, pois, inicialmente, o homem contava, utilizando-se de partes do corpo para indicar quantidades. Nos países de língua inglesa, ainda hoje, são utilizados sistemas de medidas como jarda, pé, libra. O sistema de numeração decimal venceu a concorrência com outros sistemas pelo fato de o homem possuir dez dedos, consideradas as duas mãos. As expressões "dígito" e "cálculo" têm, na origem latina, a explicação mais convincente desse fato, pois "digitus" significa "dedo" e "calculus" significa "pedra". A questão referente à palavra "cálculo" demonstra que também as operações aritméticas básicas se originaram da prática, pois o termo deriva das operações efetuadas com o ábaco, quando, através de sulcos feitos no chão, as operações eram efetuadas com pedras; daí, "cálculo" sugerir sempre a idéia de efetuar uma operação aritmética.

A evolução da idéia de número - segundo a fábula matemática, iniciou-se na

[7] Caraça, B. J., Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Livraria As da Costa Editores, 1984, p.04. Grifos Nossos.

ISBN 978-85-89082-23-5

contagem que o pastor efetuava para conhecer a quantidade de ovelhas que possuía - até chegar a conquista da continuidade numérica em 1872, pela Lei do Corte atribuída a Cantor-Dedekind, durou alguns milênios. Nesse período, o conceito de número sofreu refinamentos originados inicialmente por problemas propostos pela prática empírica e, posteriormente, pela prática intelectual. Assim, o conceito de número, por sua evolução histórica, apresenta-se como um excelente paradigma a ser estudado, pois mostra as relações de dependência entre a atividade humana e a construção, por via da abstração reflexiva, de um dos conceitos fundamentais da Matemática.

E, aqui, surge com clareza a importância da abstração reflexionante ou abstração construtiva na elaboração de princípios matemáticos abstratos.

Além disso, e a partir das experiências lógico- matemáticas, formam-se estruturas cognitivas que permitem ao indivíduo a utilização de critérios de verdadeiro ou falso, tornados aqui como juízos passíveis de julgamento pelo critério científico.

Assim, a "abstraction réfléchie" ocorre quando em níveis cognitivos superiores há uma tomada de consciência pelo sujeito, tanto do ponto de vista cognitivo como do ponto de vista moral. As escolas de hoje, de uma maneira lamentável, impedem as crianças de desenvolver a autonomia, reforçando a heteronomia.

Por isso, dizendo-se preocupado com o movimento presente, em que o trabalho em grupo estaria sendo substituído por um trabalho muito individualizado, Piaget dirige-se aos que estão à procura de alternativas didáticas as metodologias tradicionais, propondo o jogo como uma "atividade particularmente poderosa" porque:

a) permitiria o confronto dos pontos de vista, importante para o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático e indispensável para o progresso científico;

b) estimularia as ações físicas e a atividade mental dos alunos;

c) proporcionaria oportunidades para elaboração de regras, observação de seus efeitos, comparações e modificações de diferentes procedimentos; enfim, possibilitaria um clima de "cooperação", no sentido piagetiano da palavra, ou seja, "operar junto", "negociar" para chegar a um acordo que pareça adequado.

Partindo dessa perspectiva construtivista, Kamii e Devries (1991) conceituam jogos como:

> "... aqueles em que as crianças jogam juntas de acordo com uma regra estabelecida que especifique: (1) algum clímax preestabelecido (ou uma série deles) a ser alcançado e (2) o que cada jogador deveria fazer em papéis que são interdependentes, opostos e cooperativos"[8].

Dever-se-iam excluir do conceito de jogo algumas "lições didáticas disfarçadas" ou situações que, ainda que proporcionassem uma grande participação, tivessem um conteúdo mecânico e sem significado ou desafio para os alunos. Ao mesmo tempo, se o objetivo do professor fosse ensinar a jogar "corretamente", o valor do jogo poderia desaparecer por completo.

Assim, para ser útil no processo educacional, segundo as autoras acima citadas, um jogo deveria:

"1. Propor alguma coisa interessante e desafiadora para as crianças resolverem;

2. Permitir que as crianças possam se auto-avaliar quanto a seu desempenho, e

3. Permitir que todos os jogadores possam participar ativamente do começo ao fim do jogo"[9].

Como se percebe, a permissão e o respeito são inerentes ao jogo e, por isso, cada professor deveria, à semelhança das crianças, construir sua própria maneira de trabalhar.

No entanto, muitos adultos, presos a seu próprio egocentrismo, não percebem a importância do jogo para o trabalho escolar e acreditam que a escola é, somente, um ambiente de trabalho como o fabril, opondo-se à presença do jogo na sala de aula que é, então, considerado mera brincadeira improdutiva. Esta é, freqüentemente, a visão de professores, pais e diretores.

Assim, apesar de aceito como atividade significativa e que "subsiste e desenvolve-se mesmo durante toda a vida"[10], parece que ainda é necessário justificar o uso do jogo com regras numa proposta educacional.

---

[8] Kamii, C. e Devries R., Jogos em Grupo. São Paulo: Trajetória Cultural, 1991, p. 04.
[9] Kamii, C. e Devries, R., op. Cit., p.06.
[10] Piaget, J., A formação do Símbolo na Criança. Trad. De Álvaro Cabral. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1971, p.182.

Kamii e De Clark (1988) entendem que " a maioria dos professores usam mais poder do que o necessário e não confiam em que as crianças possam se governar autonomamente"[11].

A abordagem construtivista indica, então, algumas das vantagens da utilização de jogos: a) as crianças desenvolvem sua autonomia através de relacionamentos nos quais o poder do adulto é reduzido; b) apresentam idéias, problemas e propostas de soluções interessantes, tornando-se mais críticas e confiantes; c) desenvolvem sua capacidade de descentrar e coordenar diferentes pontos de vista; d) tornam-se mais tolerantes e menos medrosas para com o "erro", entendendo-o como possível e mesmo inevitável na construção do conhecimento.

Quanto ao "erro", a melhor opção do professor seria evitar corrigir diretamente o aluno e incentivá-lo a discutir sua resposta com os demais ou, ainda, perguntar como foi ela obtida.

O professor também não deveria impressionar-se com a ocorrência de discórdias, pois a cooperação muitas vezes implica conflitos, nem com um clima inicial potencialmente caótico, já que, se o grupo estava acostumado com a heteronomia, levará algum tempo para aprender a viver democraticamente pela gradual superação dos pontos de vista egocêntricos.

A partir do nível de desenvolvimento da criança, o professor poderia avaliar o grau de interesse que um jogo teria e sua potencialidade para desenvolver o raciocínio e a cooperação.

No entanto, se o jogo não apresentasse a adequação esperada, poder-se-ia tentar utilizá-lo novamente antes de rejeitá-lo, criando maneiras mais fáceis ou mais difíceis de jogar, tornando-o mais apropriado ou desafiador.

Ao mesmo tempo, dever-se-iam evitar situações de ambivalência quanto ao resultado, para que o participante pudesse por si mesmo ou em grupo avaliar se e onde errou, pois aceitar a resposta final do professor seria uma ocasião a mais para reforçar a heteronomia.

[11] Kamiil, C. e De Clark, G., Reiventando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget. Trad. Elenisa Curt. Campinas: Papirus, 1988, p.220.

ISBN 978-85-89082-23-5

Kamii e Devries concluem:

> "o fato de termos freqüentado uma escola autoritária e obtido sucesso no sistema educacional obedecendo a um currículo imposto, vertical e autoritariamente, não significa que a educação deva permanecer nesse estágio para sempre"[12]. (p. 39)

Conclusões

Por isso é importante que o professor evite rotinas, fixação de respostas e que se proponha a orientar os seus alunos sem oferecer-lhes soluções prontas, cabendo por sua vez aos alunos atividades que deverão consistir em observar, relacionar, comparar, levantar hipóteses, argumentar. Piaget não formulou nenhum modelo pedagógico, mas, sim, toda uma teoria de conhecimento e de desenvolvimento humano que lhe trouxe implicações para o ensino, e uma das implicações fundamentais é a de que a inteligência se constrói a partir da troca do organismo com o meio, através das ações do indivíduo. O trabalho em grupo é condição para que o indivíduo se desenvolva mentalmente, supere seu comportamento egocêntrico e dê condição de autonomia aos indivíduos que dele participem. O indivíduo deverá ser inserido em um ambiente que promova desequilíbrios, pois, desta forma, se fará presente a motivação. Para a Educação Matemática é fundamental que se utilizem materiais didáticos acrescidos de uma dinâmica de grupo e atividades lúdicas - para que novas estratégias de ensino sejam aplicadas a cada fase do desenvolvimento do ser humano.

Indicamos, como pontos que devem ser objeto de reflexão nas questões de Educação Matemática, as seguintes propostas:

1) As questões interdisciplinares favorecem a construção de conceitos científicos a partir da observação da análise e discussões, proporcionando a troca de pontos de vista entre os alunos.

2) É urgente que a escola de primeiro grau utilize atividades didáticas envolvendo jogos e materiais didáticos que favoreçam a construção de ferramentas intelectuais para a interpretação da realidade, como condição para a cidadania.

3) A questão da autonomia, como o proposto na corrente piagetiana, deve ser considerada pelos educadores como possibilidade de favorecer um crescimento, em nível

[12] Kamii, C. e Devries, R., op. Cit., p.39.

ISBN 978-85-89082-23-5

cognitivo, nas discussões efetuadas nos grupos à medida que as tarefas se desenvolvem. A cada desequilíbrio, causado pelo jogo, percebemos o surgimento de esquemas lógicos mais abrangentes. Este fato permite avaliar a presença de uma série de abstrações realizadas pelos alunos durante as atividades dos jogos.

Referências

[1] Caraça, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**, Lisboa: Livraria S de Costa Editora, 1984.

[2] Kamii, C. e De Clark, G. **Reinventando a Aritmética**: implicações da teoria de Piaget. Trad. de Elenisa Curt. Campinas: Papirus,1988.

[3] Kamii, C. e Devries, R. **Jogos em Grupo**. S. Paulo: Trajetória Cultural, 1991.

[4] Piaget, J. **A Formação do Símbolo na Criança**. Trad. de Álvaro Cabral. Rio: Zahar Editores, 1971.

[5] Piaget, J. **Recherches sur l'Abstraction Réfléchissante**, Paris: PUF, 1977. Piaget, J., e Inhelder, B., *Gênese das Estruturas Lógicas Elementares*, Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

[6] Souza, A. C. C. de. **Sensos Matemáticos**: Uma Abordagem Externalista da Matemática, Campinas: FE/UNICAMP, Tese de Doutorado, 1992.