Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, nº 32, 2009, p. 189 a 210

Pensamento Matemático e Psicogênese de Conceitos Econômicos: interfaces e implicações para a educação matemática[1]

Mathematical Thinking and Psychogenesis of Economical Concepts: interfaces and implications to mathematical education

Ruth M. Hofmann[2]
Maria Lucia Faria Moro[3]

Resumo

A relação entre matemática, atividades cotidianas e diferentes campos do conhecimento tem sido objeto de reflexão acadêmica e motivo de medidas para melhorar a qualidade do ensino da matemática. Uma estratégia freqüente para melhorar a aprendizagem da matemática é o emprego de situações-problema, para contextualizar o conteúdo mediante enunciados supostamente próximos à realidade dos estudantes. Adota-se um léxico familiar de aplicação de conceitos e métodos matemáticos em problemas de natureza econômica (compra e venda), tidos como conhecidos mesmo por crianças das séries iniciais. Operações aritméticas são alocadas entre termos como preço, custo, parcelas e juros. Embora tais expressões sejam adotadas por sua recorrência e aparente simplicidade, elas representam conceitos epistemologicamente complexos, que protagonizam debates na ciência econômica. Este trabalho tem por objetivo apresentar interfaces do pensamento matemático com a formação de conceitos econômicos na hipótese de que a sinergia entre tais campos sirva à educação matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Matemática. Economia. Valor Econômico. Número.

[1]Este trabalho é parte da dissertação de mestrado da primeira autora sob orientação da segunda.

[2]Mestranda em Educação pela Universidade Federal do Paraná – UFPR. Programa de Pós-Graduação em Educação do Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná. Endereço: Rua Francisco Carvalho de Lima, 225, Jardim Eldorado, São José dos Pinhais – PR. CEP 83020-630. E-mail: ruthofmann@gmail.com.

[3]Professora titular de Psicologia da Educação da Universidade Federal do Paraná – Professor sênior do Programa de Pós-Graduação em Educação- PPGE/UFPR. Rua Ubaldino do Amaral, 760 - ap. 901, Curitiba – PR. CEP: 80060-190. E-mail: mlfmoro@sul.com.br.

Abstract

The relationship among Mathematics, daily activities and different fields of knowledge has been object of academic discussion and reason for decisions to Mathematics teaching improvement. A strategy often employed to improve mathematical learning is problem solving situations in order to contextualize the content by means of statements seen as familiar to students. A familiar lexicon is adopted when mathematical concepts and methods are employed on problems of economical nature (purchase and sale), viewed as known even by beginners. Arithmetical operations are allocated among terms such as price, cost, parcels and interest. While such expressions are adopted by their recurrence and apparent simplicity, they represent epistemologically complex concepts, often debated by the economical science. This paper aims to present some interfaces between mathematical thinking and the formation of economical concepts according to the hypothesis that the synergy between both fields are useful to mathematics education.

Palavras-chave: Mathematical Education. Mathematics. Economy. Economical Value. Number.

Introdução

Encontrar atividades que supõem aplicação de conceitos matemáticos é relativamente fácil. Contar, medir, classificar, comparar, ordenar e agrupar são todas tarefas que exigem determinadas formas de raciocínio matemático. A matemática, de fato, permeia grande parte de nossos âmbitos de ação. Para resolver problemas simples do dia-a-dia ou para descobrir as leis do universo, para exercitar o espírito ou para desenvolver novas e sofisticadas tecnologias, para deleite do intelecto ou por obrigação, recorremos freqüentemente à matemática. Pensamos matematicamente, promovemos interações entre diferentes tipos de conhecimento.

A matemática, ao longo da história, tem sido responsável – direta e indiretamente – pelo progresso significativo de diversas áreas do conhecimento e, por conseguinte, da própria humanidade. Da física à psicologia, instrumentos de mensuração e de quantificação são fundamentais. Assim também o é o pensamento matemático. Estamos provavelmente a tal ponto imersos em uma realidade permeada de instrumentos matemáticos, de números, quantidades e medidas que imaginar um mundo sem isso exigiria um bocado de criatividade. Poderia, hoje, um marceneiro prescindir de instrumentos matemáticos? Um comerciante? Uma costureira? Um matemático!? Poderia a física prescindir da matemática? A biologia? A medicina? A agronomia? A economia? Poderíamos pensar a criação e a aplicação da matemática à realidade de outro modo que não em solidariedade com toda a civilização?

Difundindo-se por todas as esferas de ação humana, o desenvolvimento da matemática é também inextricavelmente desenvolvimento da economia, da arte, da medicina, da biologia e de todos os matizes que constituem a civilização, estando essa relação longe de ser monolítica e unidirecional. Os progressos da matemática, de instrumentos de mensuração e de quantificação, são fruto e causa do progresso do conhecimento.

A relação entre a matemática, as atividades cotidianas e diferentes campos do conhecimento tem sido objeto de reflexão acadêmica e motivo de reformulação de currículos escolares. As relações entre o pensar matemático e a ação humana são passíveis de discussão tanto no nível das atividades práticas desenvolvidas diariamente quanto no nível epistemológico. A preocupação com a qualidade do ensino da matemática contempla diferentes metodologias e artifícios incumbidos de aproximar, sinergicamente, diferentes disciplinas (em sua dimensão teórica) e atividades ordinárias do cotidiano (em sua dimensão pragmática), tornando a aprendizagem significativa.

Especificamente no ensino da matemática, dentre as estratégias mais difundidas merece destaque a utilização de situações-problema em sala de aula. Trata-se de um esforço de contextualização do conteúdo lecionado mediante a utilização de enunciados próximos da realidade dos estudantes, uma tentativa de adotar um léxico e situações familiares de aplicação de conceitos e métodos matemáticos. Recorre-se didaticamente a problemas de natureza econômica, situações de compra e venda com as quais mesmo as crianças das séries iniciais certamente já tiveram contato, participação. As operações aritméticas são então alocadas entre termos como preço, custo, parcelas e juros. Embora muitos dos termos econômicos utilizados na formulação de problemas matemáticos sejam adotados por sua recorrência e por sua aparente simplicidade, são conceitos que comportam inegável complexidade epistemológica, razão pela qual protagonizam constantes debates na ciência econômica.

O presente trabalho tem por objetivo apresentar algumas das interfaces entre o pensamento matemático e a formação (psicogênese) de conceitos econômicos à luz das contribuições didáticas que essa sinergia pode proporcionar à educação matemática (EM). Para tanto, o artigo estrutura-se em cinco seções principais. Discutem-se inicialmente as relações entre a matemática e a atividade econômica cristalizada na instituição do mercado, passando-se à caracterização da relação epistemológica entre o pensamento econômico e a matemática. A confluência entre aspectos pragmáticos e epistemológicos é discutida na quarta seção em que valor (tal como apresentado por Marx) e número (em sua caracterização piagetiana) são os conceitos que entrelaçam os pilares do artigo. Na quinta seção são apontadas algumas implicações da análise da psicogênese de conceitos econômicos para a educação matemática, ao que se seguem as considerações finais.

A matemática e a atividade econômica: o mercado

Parte do progresso da matemática deve-se ao seu caráter utilitário, às pressões exercidas pelas necessidades práticas. Em trajetória histórica, o desenvolvimento da matemática inspira-se freqüente e diretamente na experiência sensível. Exemplos disso podem ser encontrados na construção de fórmulas matemáticas – receitas práticas – que datam da primeira fase da matemática egípcia e babilônica (MACHADO, 2001).

As atividades comerciais, a cunhagem de moeda e a concessão de empréstimos constituíram importantes fontes de conceitualização à matemática que, historicamente, manteve relações de influência e reciprocidade bastante enriquecedoras com o mundo dos negócios. A própria cristalização do conceito de número deve muito às atividades de comércio (STRUIK, 1997; EVES, 1995). A história da contabilidade muito tem a dizer acerca da aritmética da Idade Média e da Renascença, períodos em que a escrita comercial interessou importantes matemáticos. São exemplos Fibonacci que, em 1202, introduziu escrituração com números árabes e romanos, lado a lado, em seu *Líber Abaci*; Luca Pacioli que, em 1494, ocupou três capítulos do *Summa de Artithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* com temas como o comércio, a contabilidade, o câmbio e o dinheiro; Simon Stevin e Augustus de Morgan, ambos dedicando-se a alguns aspectos da contabilidade (DAVIS; HERSH, 2004).

O comércio é, de fato, um ávido consumidor de aritmética. Nele as quatro operações elementares tornam explícita a aplicação e a "utilidade comum" da aritmética:

> Quando num supermercado um empregado faz a conta a um saco de compras, o que se tem é uma aplicação evidente da matemática ao nível da utilidade comum. Estes cálculos poderão ser triviais e executados por pessoas matematicamente pouco sofisticadas, mas não deixam de ser matemática, e os cálculos respeitantes a contagens, medidas e avaliações representam o grosso de todas as operações matemáticas ao nível da utilidade comum. (DAVIS, HERSH, 2004, p. 89)

A atividade econômica, em seu sentido mais amplo, ou seja, o de atividades relacionadas à produção, distribuição e consumo dos bens destinados à satisfação de necessidades humanas, sejam elas físicas ou psicológicas, é uma tessitura de conceitos matemáticos elementares. Os conceitos de contínuo e de discreto cristalizam-se na cunhagem de moedas (moedas valiosas podem ser divididas, respeitando-se a padronização das unidades). A noção de equivalência, subjacente à troca, supõe a definição de medidas abstratas de valor (o preço). Uma vez estabelecidas classes de valor equivalente, pode-se atribuir um valor intrínseco às moedas – representantes abstratos das classes de equivalência – valor esse cuja tendência pode ser a de tornar-se cada vez "mais simbólico". Pensemos, por exemplo, na transição gradativa do papel-moeda aos talões de cheque e aos cartões de crédito. A possibilidade de conversão de todos esses valores "simbólicos" os expõe às leis da aritmética, afinal: se uma cabra = 2 ovelhas e uma vaca = 3 cabras, então uma vaca = 3 x (2 ovelhas) = 6 ovelhas. Da própria comparação – conceitos de "maior do que" ou "menor do que" – depreende-se a institucionalização das leis aritméticas para desigualdade. Basta considerar que há sempre um valor comparativo ($a<b$, ou $a=b$, ou $a>b$) e que o sistema de valores é transitivo (se $a<b$ e $b<c$, então $a<c$) (DAVIS; HERSH, 2004).

A experiência com o dinheiro introduziu e reforçou grande variedade de conceitos e operações na matemática. As idéias de desconto, juros e juros compostos têm analogias com aplicações ao cálculo e a uma variedade de teorias do crescimento. Os próprios algoritmos que atualmente são lecionados na escola não datam de mais de um século – foram criados por força dos negócios. Das transações financeiras, a teoria das probabilidades recebeu forte impulso, encontrando aplicações nos mais elevados níveis da ciência teórica que, cada vez mais, familiariza-se com noções probabilísticas como risco, valor esperado, aleatoriedade, independência e eqüiprobabilidade, todos importantes às operações de seguros de vida (DAVIS; HERSH, 2004).

A matemática e o pensamento econômico: uma relação epistemológica

Seria a matemática na ciência econômica uma linguagem? (SAMUELSON, 1947). Um método? (STIGLER, 1949.) Qual seu alcance? Quais suas contribuições? Qual sua pertinência? Qual a natureza das relações entre a matemática e a economia? Muitas destas questões são extremamente polêmicas, razão pela qual têm merecido atenção crescente de economistas de diferentes vertentes teóricas.

Retomemos as questões de Dennis (1982): Como a matemática adentra a ciência econômica? Como os métodos e resultados da lógica e da matemática são aplicados à economia? E, principalmente, *como os símbolos e as fórmulas matemáticas adquirem significados econômicos*? Duas aproximações prevalecem nessa perspectiva: de um lado a doutrina do *bilingualism*, que reconhece a matemática como linguagem, e, enquanto tal, instrumento de *aquisição* indispensável aos economistas na construção de teorias econômicas, uma linguagem capaz de salvaguardar a disciplina das "ambigüidades e imprecisões da linguagem ordinária" (DENNIS, 1982, p. 692); de outro, a doutrina da tradução (*translation*) que vê a matemática como um ramo da lógica, não uma linguagem, mas algo que emprega símbolos especiais para expressar suas proposições. Esta abordagem não é completamente incompatível com a primeira, dela diferindo por enfatizar a *tradução* (e não a aquisição) de conceitos e proposições, inicialmente expressos em "linguagem ordinária" para símbolos matemáticos.

A doutrina da tradução tem como princípios básicos:

a) a crença na equivalência exata entre símbolos matemáticos e palavras literais;

b) o reconhecimento de que qualquer proposição em uma linguagem é traduzível em outra;

c) a matemática como linguagem;

d) como conseqüência dos anteriores, qualquer verdade alcançada pela via da manipulação matemática deve ser traduzível em palavras, e, por conseguinte, pode ter sido alcançada por palavras, apenas.

A doutrina do *bilingualism*, por sua vez, postula que:

a) não é relevante se uma linguagem é intrinsecamente mais conveniente que outra;

b) os problemas de teoria econômica são, por natureza, questões quantitativas cujas respostas dependem de uma superposição de diversas peças de informações quantitativas e qualitativas;

c) é incontestável a conveniência do simbolismo matemático no tratamento de certas inferências dedutivas;

d) a matemática, enquanto meio, obriga o economista a "pôr as cartas na mesa", de modo que todos podem ver suas premissas.

Seria mesmo a matemática uma linguagem? Um meio, um instrumento da economia?

São muitas as formas de aproximação entre matemática e economia, e não se trata de relegar aquela à condição de mero instrumental analítico desta. Vários campos novos de investigação emergiram com a convergência de ambas, e muitos outros têm se beneficiado de suas interfaces. A economia matemática, a econometria, a teoria dos jogos e a análise de probabilidades são exemplos disso. Aritmética elementar, álgebra, cálculo diferencial e integral, probabilidades e matrizes são facilmente encontrados na(s) teoria(s) econômica(s), com propósitos diversos: da coleta de dados empíricos à elaboração de modelos, da mensuração de fenômenos à simulação computacional (BELL, 1982).

Para melhor situarmos a discussão, convém distinguirmos as "formas" assumidas pela incursão da ciência econômica à matemática. Adotemos, para tanto, a categorização empregada por Lima (2000, p. 2), que distingue "quantificação", "formalização" e "matematização". Entende-se por *quantificação* o uso das matemáticas na investigação empírica dos fenômenos econômicos, assim como na ilustração de proposições. Entende-se por *formalização* o desenvolvimento e análise das relações entre as variáveis de um modelo, o qual pode não estar na forma matemática, embora esta seja a forma mais comum em economia. O termo *matematização* carrega duas acepções. Na primeira, entende-se por *matematização* o emprego do raciocínio matemático na formulação da teoria pura, ou, em outras palavras, a elaboração da teoria na linguagem matemática, cuja origem em economia se confunde com a emergência da economia matemática. Na segunda, de conotação crítica, entende-se por *matematização* a hegemonia e o paroxismo da abordagem utilizada pela economia matemática. É a esta abordagem (de vertente ortodoxa, dita também *mainstream*) e ao formalismo abusivo que se destina a maior parte das críticas (de vertentes heterodoxas).

De forma análoga a outras disciplinas, a ciência econômica tomou parte no "projeto histórico de racionalidade", cujo ápice foi (e talvez ainda seja) a tentativa de matematização do mundo. Nomes como Francis Bacon, no século XVII e Kant, no século XVIII foram decisivos no estabelecimento dos parâmetros matemáticos de cientificidade. Mas é com a "revolução marginalista" do último quartel do século XIX que a matematização da economia assume sua configuração mais extremada: passa-se, a partir de então, a empregar técnicas matemáticas e sua linguagem na teorização. Com o ingresso de matemáticos, físicos e engenheiros[4] na economia, a utilização da matemática intensificou-se, convertendo-se, após a Segunda Grande Guerra, na "revolução formalista", amplamente respaldada pelos critérios de cientificidade prescritos pelo positivismo lógico (LIMA, 2000).

A formalização e os modelos apresentam, de fato, reconhecido mérito estético na ciência econômica. Contudo, deparando-se com as discrepâncias entre o que preconizam as teorias e o que se observa na realidade, muitos economistas têm se mostrado críticos:

[4] Merecem destaque: Ragnar Frisch, Tjalling Koopmans, Jan Tinbergen, Maurice Allais, Kenneth Arrow, John von Neumann, Griffith Evans, Harold Thayer Davis e Edwin Bidwell Wilson. (LIMA, 2000).

> Igual que la preciosa cola Del pavo real ha evolucionado, la economía ha desarrolado un formalismo matemático más intrincado y bello, y análogamente, con escasa o ninguna ventaja funcional para el desarrollo de políticas económicas. Los responsables de abstractos toremas y demonstraciones son recompensados con prestigio y nuevos recursos, a pesar de que crece la sospecha entre los iniciados de que la ciencia económica está cada vez menos relacionada con la economía real[5] (HODGSON, 1995, p. 27).

Goergescu-Roegen (1980) chega mesmo a afirmar que grande parte do que tem sido feito em economia tem se resumido a exercícios vazios com símbolos, à "aritmomania", sendo a descrição da realidade através de conceitos "aritmomórficos" insuficiente à compreensão do mundo econômico.

Atribuindo a matematização e o atual fracasso explanatório da economia à tentativa de aproximação da disciplina com modelos físicos, mecanicistas e atomísticos, Hodgson (1995) propõe a utilização de metáforas e analogias com o universo (e com as ciências) biológicas, em detrimento da aproximação com abordagens matematizantes e formalistas. Para o autor, a inovação teórica seria facilitada pela *transferência abdutiva*, estando o conceito de *abdução* (originalmente de Pierce, exposto em obra de 1934) muito próximo ao conceito de intuição:

> La idea abductiva nos llega como un relámpago. Es un acto de *perspicacia* [grifo no original], aunque sea una perspicacia sumamente falible. Es cierto que los distintos elementos de la hipótesis ya estaban en nuestra mente, pero es la idea de unir lo que jamás hubiéramos pensado que se pudiese unir lo que ilumina la nueva idea ante nuestra contemplación[6] (PIERCE apud HODGSON, 1995, p. 41).

---

[5] "Como a bela cauda do pavão tem evoluído, a economia tem desenvolvido um formalismo matemático mais intrincado e belo, e, analogamente, com pouca ou nenhuma vantagem funcional para o desenvolvimento das políticas econômicas. Os responsáveis por teoremas abstratos e demonstrações são recompensados com prestígio e novos recursos, apesar da crescente suspeita entre os iniciados de que a ciência econômica está cada vez menos relacionada com a economia real." [Tradução livre].

[6] "A idéia abdutiva nos chega como um relâmpago. É um ato de perspicácia, ainda que seja uma perspicácia sumamente falível. É certo que os distintos elementos da hipótese já estavam em nossa mente, mas é a idéia de unir o que jamais houvéssemos pensado que se pudesse unir o que ilumina a nova idéia ante nossa contemplação." [Tradução livre].

Nessa perspectiva, uma fonte importante de criatividade em uma ciência é a transferência *abdutiva* de uma metáfora de um discurso científico a outro, posto que isso permite ao cientista pensar em unir o que até então não havia pensado em unir (HODGSON, 1995). Retenha-se disso que: i) no processo de criação de teorias econômicas, uma determinada concepção de matemática – a que supõe a supremacia de métodos dedutivos – mostra-se insuficiente; ii) tal como na própria matemática, a intuição é parte importante do processo criativo, *não implicando isso na perda de cientificidade*; iii) na construção de teorias científicas, as fronteiras entre os "ramos do saber" são muitas vezes tênues, havendo freqüentemente áreas de sobreposição e de interface.

A matemática nos conceitos econômicos: a confluência entre o pragmático e o epistemológico

As relações econômicas, como visto, são um campo profícuo de aplicação matemática, tanto quanto a disciplina que as toma por objeto de investigação. Medir, quantificar, formalizar e "matematizar" os fenômenos econômicos são atividades historicamente identificáveis na prática e na ciência econômica. Tomemos por exemplo a importância da mensuração do *valor*, conceito-chave ao funcionamento do sistema econômico e à sua teorização. A construção e a compreensão de tal conceito envolvem certa forma de raciocínio matemático. Para explicitar as interfaces entre conceitos econômicos e matemáticos, adotemos a teorização do valor em Marx, primeiramente, e passemos então à teorização que Piaget e Szeminska fazem acerca da psicogênese do número na criança. Tentaremos ao máximo ressaltar os aspectos comuns à formação desses dois conceitos, tendo em mente sempre sua dimensão epistemológica.

Valor econômico

Para construir o conceito de valor econômico, Marx parte da caracterização dos dois fatores da mercadoria – forma elementar de riqueza das sociedades capitalistas – a saber, o valor-de-uso e o valor, substância e quantidade de valor. O primeiro – valor-de-uso – é dado pela utilidade que determinado objeto tem, por atributos qualitativos, portanto. A utilidade de uma mercadoria decorre de propriedades que lhe são materialmente inerentes, independentes da quantidade de trabalho empregado para se obter tais qualidades. Valores-de-uso pressupõem quantidades definidas (um metro de linho, uma tonelada de ferro, por exemplo) e se realizam na sua utilização ou em seu consumo (MARX, 1987).

O valor-de-troca, por outro lado, revela-se na relação quantitativa entre valores-de-uso de diferentes espécies, na proporção em que se trocam. Cada mercadoria tem, desse modo, diversos valores de troca. Em sociedades capitalistas, diferentes valores-de-troca devem ser permutáveis e iguais entre si. Conseqüentemente: "(1) os valores-de-troca da mesma mercadoria expressam, todos, um significado igual; (2) o valor-de-troca só pode ser a maneira de expressar-se, a forma de manifestação de uma substância que dele se pode distinguir" (MARX, 1987, p. 43).

Para duas mercadorias quaisquer, qualquer que seja a proporção em que se troquem, é sempre possível expressá-la como uma igualdade em que dada quantidade da mercadoria A se iguala a alguma quantidade da mercadoria B (2 kg de trigo = 1 metro de linho, por exemplo). Temos que destacar aqui uma questão fundamental: "Que significa essa igualdade? Que algo comum, com a mesma grandeza, existe em duas coisas diferentes", em determinada quantidade da mercadoria A e em determinada quantidade da mercadoria B.

> As duas coisas são portanto iguais a uma terceira que por sua vez delas difere. Cada uma das duas, como valor-de-troca, é reduzível, necessariamente, a essa terceira. Os valores-de-troca têm de ser reduzíveis a uma coisa comum, da qual representam uma quantidade maior ou menor. Essa coisa comum não pode ser uma propriedade das mercadorias, geométrica, física, química ou de qualquer outra natureza. As propriedades materiais só interessam pela utilidade que dão às mercadorias, por fazerem destas valores-de-uso. Põem-se de lado os valores-de-uso das mercadorias, quando se trata da relação de troca entre elas. É o que evidentemente caracteriza essa relação. Nela, um valor-de-uso vale tanto quanto outro, quando está presente na proporção adequada (MARX, 1987, p. 44).

Como valores-de-uso, as mercadorias são, antes de tudo, de qualidade diferente. Como valores-de-troca, só podem diferir na quantidade, não contendo, portanto, nenhuma centelha de valor-de-uso. Prescindindo-se do valor-de-uso da mercadoria, resta-lhe uma propriedade: ser produto do trabalho. Uma vez reconhecendo-se isso, resta saber como medir a grandeza de seu valor. Para Marx (1987, p. 45), a grandeza de seu valor mede-se pela quantidade de "substância criadora de valor" – o trabalho – contida na mercadoria. A medida da quantidade de trabalho, por sua vez, é o tempo de sua duração, este, o tempo de trabalho, mede-se por frações de tempo (hora, dia, por exemplo).

Define-se, desse modo, um parâmetro de comparação entre diferentes mercadorias, isto é, entre diferentes valores-de-uso: "O valor de uma mercadoria está para o valor de qualquer outra, assim como o tempo de trabalho necessário à produção de uma está para o tempo de trabalho necessário à produção de outra. Como valores, as mercadorias são apenas dimensões definidas do tempo de trabalho que nelas se cristaliza" (MARX, 1987, p. 46).

Dado que as formas corpóreas dos valores-de-uso são heterogêneas, no processo de troca assumem uma forma comum: a forma dinheiro. Passemos à análise da *forma* do valor, concedendo alguma atenção à *notação* empregada pelo autor.

Na forma simples do valor, tem-se que:

X da mercadoria A = y da mercadoria B, ou
X da mercadoria A vale y da mercadoria B
20 metros de linho = 1 casaco, ou
20 metros de linho valem 1 casaco.

Da notação constata-se que a igualdade (=) equivale/corresponde/significa valor. Todas as expressões apresentam os dois pólos da expressão do valor: a *forma relativa* e a *forma equivalente*, ambas se pertencendo, uma à outra, determinando-se, reciprocamente, ambas inseparáveis e, simultaneamente, extremos que se opõem e se excluem. As formas acima, aplicadas a duas mercadorias distintas, estão relacionadas uma a outra pela expressão de valor: o valor do linho não pode ser expresso em linho, pois "20 metros de linho = 20 metros de linho" não constitui uma expressão de valor, tratando-se apenas de uma igualdade cujo sentido resume-se ao fato de que 20 metros de linho não são mais que 20 metros de linho. O valor de uma mercadoria qualquer só pode ser expresso *relativamente*, ou seja, somente em outra mercadoria. A forma relativa da mercadoria linho pressupõe que alguma outra mercadoria a ele se contrapõe, como equivalente. A mercadoria que figura como equivalente, por sua vez, não assume, ao mesmo tempo, a forma de relativa de valor, pois não é ela que expressa seu valor – apenas fornece o material para a expressão do valor da outra mercadoria em questão (MARX, 1987).

Para que duas mercadorias diferentes possam ser quantitativamente comparáveis – e permutáveis – é necessário que se convertam em uma mesma coisa: apenas como "expressão de uma mesma substância são grandezas homogêneas, por isso, comensuráveis" (MARX, 1987, p. 57). A troca de mercadorias só existe sob a condição de existência da igualdade, e a igualdade sob a condição de existência de comensurabilidade (MARX, 1987).

Numa tal relação de troca, o valor de uma mercadoria manifesta-se como valor-de-troca assumindo expressão fora de si mesma. Qualitativamente, o valor da mercadoria A se expressa através da permutabilidade da mercadoria A com a mercadoria B. Quantitativamente, expressa-se por meio da permutabilidade de determinada *quantidade* da mercadoria B com determinada *quantidade* da mercadoria A:

> A expressão do valor da mercadoria A através de uma mercadoria B qualquer, serve apenas para distinguir o valor de A do seu próprio valor-de-uso, colocando A em relação de troca exclusiva com outra mercadoria particular qualquer dele diferente; não traduz sua igualdade qualitativa e proporcionalidade quantitativa com todas as outras mercadorias. À forma relativa simples do valor de mercadoria corresponde a forma de equivalente singular de outra (MARX, 1987, p. 70).

Neste sentido, uma única mercadoria pode apresentar tantas expressões de valor quantas forem as mercadorias que dela são diferentes.

1 casaco	=	
10 kg de chá	=	
40 kg de café	=	
1 quarter[7] de trigo	=	20 metros de linho
2 onças[8] de ouro	=	
½ tonelada de ferro	=	
x de mercadoria A	=	

Desse exemplo de forma geral do valor é possível apreender o conceito de dinheiro enquanto forma equivalente geral – forma de valor:

1 casaco	=	
10 kg de chá	=	
40 kg de café	=	
1 quarter de trigo	=	2 onças de ouro
2 onças de ouro	=	
½ tonelada de ferro	=	
x de mercadoria A	=	

A transformação de uma mercadoria em equivalente universal (seja o ouro ou o dinheiro) é um ato de abstração (matemática, inclusive) cujas implicações sociológicas são descritas por Marx (1987, p. 80-81) sob a definição do *fetichismo da mercadoria*:

> A igualdade dos trabalhos humanos fica disfarçada sob a forma da igualdade dos produtos do trabalho como valores; a medida, por meio da duração, do dispêndio da força humana de trabalho toma a forma da quantidade de valor dos produtos do trabalho; finalmente, as relações entre os produtores, nos quais se afirma o caráter social dos seus trabalhos, assumem a forma da relação social entre os produtos do trabalho. [...] Uma relação social definida, estabelecida entre os homens, assume a forma fantasmagórica de uma relação entre coisas.

[7] Medida inglesa de capacidade. Equivale a aproximadamente 290 litros.

[8] Unidade de medida inglesa de massa, com dois valores diferentes, conforme o sistema utilizado. No sistema *avoirdupois*, usado para pesar objetos em geral, uma onça equivale a 28,3496525 gramas. No sistema *troy*, relativo a metais preciosos e medicamentos, a onça equivale a 31,10352 gramas.

Essa igualdade completa de trabalhos assenta-se na abstração das desigualdades entre eles, restando em comum seu caráter próprio de serem dispêndio de força humana de trabalho, trabalho humano abstrato.

Tendo dito isso, tornemos a perguntar: poderia a economia – e a ciência econômica – prescindir da matemática?

À definição do conceito de valor econômico são imprescindíveis as noções de equivalência e igualdade, conceitos que, tal como o próprio conceito de número, exigem certo esforço de abstração de diferenças qualitativas. Trata-se, por certo, de uma teorização com paralelo no âmbito da semiótica, com respaldo, inclusive, de elementos de filosofia da matemática. Tomemos como exemplo a discussão proposta por Duval (2004) acerca da conversão das representações e das diferentes significações operatórias vinculadas ao representante e ao número representado. Para Duval (2004, p. 46-47), nas expressões 0,25+0,25=0,5; ¼+¼=1/2 e 25x10-2+25x10-2=50x10-2 a significação operatória não é a mesma para 0,25; para ¼ e 25x10-2, pois cada um foi obtido através de procedimentos diferentes. Por sua vez, Frege (2006), em *"On sense and reference"*, promove uma discussão sobre a igualdade, argumentando não se tratar de uma relação entre objetos, mas uma relação entre nomes de objetos (a=a e a=b são relações com diferentes valores cognitivos).

Número

Na abordagem psicogenética de Piaget e Szeminska (1975), o número é um conceito construído pelo ser humano, uma noção solidária à estrutura operatória de conjunto, sem a qual não há conservação de totalidades numéricas. Trata-se, para esses autores, de uma síntese original das estruturas das classes e das séries. O número se organiza, nessa perspectiva, etapa após etapa, solidariamente com a gradual elaboração dos sistemas de inclusões – hierarquias das classes lógicas – de relações assimétricas – seriações qualitativas – com a sucessão numérica constituindo-se na síntese operatória da classificação e da seriação. Operações lógicas e operações aritméticas aparecem como um único sistema total e psicologicamente natural, sendo que as operações aritméticas resultam da generalização e da fusão das operações lógicas – considerados sempre os dois aspectos complementares (inclusão de classes e seriação das relações), eliminando-se a qualidade.

Foquemos aqui o que nos parece epistemologicamente pertinente: a necessidade de abstração das diferenças qualitativas necessárias à construção do conceito de número – análoga à abstração subjacente à compreensão/definição de valor (econômico).

Quando Piaget e Szeminska (1975) exploram o processo de construção das noções de *conservação* e de *invariância*, analisam-no na trajetória de superação da i) quantificação intensiva subordinada às aparências perceptivas, aos aspectos figurativos pela ii) compreensão de equivalência durável entre coleções com correspondência termo a termo[9], exercício este de coordenação das relações perceptivas em questão num sistema de operações: "quando o mesmo sistema [operatório] se aplica aos conjuntos fazendo-se abstração das qualidades, então se realiza a fusão da inclusão e da seriação dos elementos em uma só totalidade operatória formada de classes e de relações assimétricas reunidas, e essa totalidade constitui a série dos números inteiros finitos, indissociavelmente ordinais e cardinais" (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 12-13). Lembremos, com os autores, que desde Cantor a correspondência termo a termo é um procedimento que surge como constitutivo do número inteiro.

Há que se ressaltar que a *conservação* é uma noção de conotação epistemológica, posto que, como argumentam Piaget e Szeminska (1975), seja oriundo do senso comum, seja científico, todo conhecimento supõe – implícita ou explicitamente – um sistema de princípios de conservação, condição formal de toda experiência e de todo raciocínio. Não há coleção ou conjunto a menos que seu valor permaneça inalterado independentemente das mudanças introduzidas nas relações entre os elementos. Tomem-se, a título de exemplo, as operações denominadas "grupo de permutações" no interior de um mesmo conjunto. Trata-se da explicitação da possibilidade de se efetuarem quaisquer permutações com os elementos, permanecendo

[9] Conforme Piaget e Szeminska (1975), desde Cantor um procedimento que surge como constitutivo do número inteiro. A noção em questão é abordada em diferentes níveis de detalhamento em PIAGET (1950; 1977; 1985).

invariante a potência total do conjunto. A implicação principal disso na investigação da psicogênese do número é que este somente torna-se inteligível quando permanece idêntico a si mesmo, independentemente da disposição das unidades que o compõem. É este o sentido da *invariância*. A conservação, portanto, é postulada ("pelo espírito") como condição necessária de qualquer inteligência matemática (ver PENROSE, 1997), nos termos de Piaget, tratando-se de uma espécie de "*a priori* do pensamento".

No que reporta ao número, mais especificamente à sua constituição, invariante e constância são imprescindíveis à igualização das diferenças, ou seja, à reunião da classe e da relação assimétrica em um único todo operatório no qual os termos são, ao mesmo tempo, equivalentes entre si (participam da relação simétrica das classes) e diferentes uns dos outros pela ordem de enumeração (participam da relação assimétrica das séries). Ressaltemos que diferenças vinculadas somente à sucessão pura são todas equivalentes entre si, do que decorre que, para conferir a uma série qualitativa qualquer caráter numérico, basta considerar cada relação elementar como equivalente às outras (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 145).

É também importante destacar o processo de abstração das qualidades que ocorre ao longo do progresso da correspondência termo a termo:

> Enquanto o tipo superior [de correspondência] pode ser qualificado de 'correspondência quantificante', porque vem a dar na noção da equivalência necessária e durável dos conjuntos correspondentes, os tipos inferiores são de ordem *intuitiva* [sem grifo no original], porque a equivalência das coleções só é reconhecida se sua correspondência for percebida por contato óptico (ou acústico) e cessa assim que ela não é mais fornecida no mesmo campo de percepção (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 99).

Em termos de definição e delimitação:

> Chamamos de *qualitativa* uma correspondência fundada unicamente nas qualidades dos elementos correspondentes. (...). A correspondência *numérica* ou quantificante, ao contrário, será aquela que faz abstração das qualidades das partes e as considera como outras tantas unidades. Chamaremos, por outro lado, de *intuitiva* toda

> correspondência fundada unicamente sobre as percepções (ou sobre as imagens representativas) e que, conseqüentemente, não se conserva fora do campo perceptivo atual (ou de sua lembrança nítida). A correspondência *operatória*, ao contrário, é formada de relações de ordem intelectual e seu sinal distintivo é, desde logo, a sua conservação, independente da sua percepção atual, assim como a mobilidade de sua composição ou, numa só palavra, a sua 'reversibilidade'. Uma correspondência qualitativa, portanto, pode ser *intuitiva* (se se acha ligada a duas figuras semelhantes) ou *operatória* (se coloca em correspondência duas figuras diferentes), enquanto que a correspondência numérica é necessariamente operatória (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 106-107).

Nessa trajetória do aspecto ao qualitativo a quantitativo, a consolidação de um conceito tal como o de número manifesta-se em sua complexidade analogamente à consolidação de um conceito como o de preço. Julgamos que muitos dos processos cognitivos em ambos implicados refletem interfaces de valor epistemológico.

Implicações da análise da psicogênese de conceitos econômicos para a educação matemática

O algoritmo matemático em sua forma simbólica, desvinculada de atividades reais, tem-se revelado um instrumento pouco eficiente de ensino, apresentando índices de acerto reduzidos se comparados aos referentes a problemas inseridos em sistemas bem compreendidos de significado.[10] Trata-se mesmo de um obstáculo ao raciocínio do aluno, pois interfere no próprio significado dos números com os quais a criança opera na escola. Manipular símbolos neste ambiente é uma atividade que em geral requer estratégias rígidas e uniformes, ao contrário do que ocorre quando, em situações práticas do cotidiano, a criança resolve mentalmente problemas que permitem alterações e manipulações de valores e de quantidades que se expressam em sistemas de simbolização (lembremos que o dinheiro é um instrumento de simbolização do valor), problemas que envolvem, certamente, conceitos matemáticos (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 1995).

[10] Subsídios para a discussões correlatas podem ser encontradas em OTTE (1993) e KLINE (1976).

O reconhecimento das diferenças entre contextos e, por conseguinte, o dos conceitos que constituem o conhecimento matemático, tem implicações importantes no âmbito educacional, considerando-se que não necessariamente esses conceitos partilham das mesmas possibilidades de construção dentro e fora da escola, em situações formais e informais de aprendizagem, respectivamente. Norteados por um arcabouço teórico-metodológico piagetiano, diversos trabalhos têm indicado a complexidade de construção de conceitos sociais e econômicos (BERTI; BOMBI, 1981, DELVAL; KOHEN, 2001, FURTH, 1980, LEISER; HALACHMI, 2006)

Explorar o potencial didático da psicogênese de conceitos sociais e econômicos é uma das possibilidades da psicologia e da epistemologia genética. Para tanto, é fundamental estar a par da elaboração científica dos conceitos, i.e., é importante acompanhar a trajetória histórica de desenvolvimento dos conceitos nas ciências que os tomam por objeto de investigação. Há que se ponderar ainda que a formação de noções e conceitos (matemáticos e econômicos) está imersa em um universo de necessidades e atividades práticas que não podem ser negligenciados pela escola.

Conclusão

Dos mais elementares (e talvez mesmo de mais difícil definição) conceitos – a igualdade e a equivalência – aos mais sofisticados métodos e raciocínios matemáticos, a economia está também imersa num universo de números, de lógica, de formas e de modelos matemáticos. Teríamos afinal alcançado o atual estágio de desenvolvimento econômico – e da ciência econômica – sem que para isso se lançasse um olhar matemático à realidade?

No mais elementar dos aspectos, a interface entre os conceitos de valor (em sua acepção econômica) e de número (em sua acepção psicogenética) dá-se em razão de sua natureza, seu caráter de grandeza e de medida. Neste sentido, são ambos "conceitos operacionais", isto é, permitem a consecução de atividades ordinárias, comuns aos que partilham da vida social. Afinal, contamos, calculamos, medimos, classificamos e ordenamos o tempo todo. Como fatidicamente essas atividades – bem como os conceitos que lhes são subjacentes – convertem-se em objetos da ciência (afinal, número e valor são também protagonistas de acaloradas discussões acadêmicas), a relação entre valor e número pode também reivindicar *status* epistemológico, suplantada a relação entre noções comuns a ambos conceitos (a exemplo da equivalência e da necessidade de abstração das diferenças qualitativas, ambos implicados no valor econômico e no número).

É com isso em mente que acreditamos ser promissora a discussão das relações entre pensamento matemático e pensamento econômico e, por conseguinte, entre a psicogênese de conceitos econômicos e matemáticos. Isso parece particularmente relevante quando o material bibliográfico utilizado no ensino da matemática está repleto de problemas contextualizados em termos econômicos, e, acima de tudo, quando o debate acerca da dicotomia escola-cotidiano revela-se tão acalorado.

Ressalte-se ainda que orientação dada à educação matemática depende da interpretação que se tem da formação e aquisição de conceitos (estruturas lógico-matemáticas) tanto quanto depende da significação epistemológica que eles assumem. Se reconhecermos, como Piaget (1973), que as questões da psicogênese e da epistemologia estão estreitamente relacionadas, podemos acreditar que essa relação tem implicações pedagógicas importantes, a exemplo da unificação pragmática e epistemológica desses dois universos em sala de aula.

Referências

BELL, J. F. **História do pensamento econômico**. 3 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1982.

BERTI, A. E.; BOMBI, A. S. **Il mondo economico nel bambino**. Firenze: La Nuova Italia, 1981.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1995.

DAVIS, P.; HERSH, R. **A experiência matemática**. Lisboa: Gradiva, 2004.

DELVAL, J.; KOHEN, R. Children's understanding of the social world. The birth of judicial order. Paper presented at the 31st. Annual Meeting of the Jean Piaget Society. **The Genetic Epistemologist**, v. 29, n. 2, 2001, p. 181.

DENNIS, K. Economic theory and the problem of translation. **Journal of Economic Issues**, New Mexico, n. 3, v. 26, p. 691-712, 1982.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora UNICAMP, 1995

FREGE, G. On sense and reference. **The Philosophical Review**, New York, v. 57, n. 3, May, 1948, p. 209-230. Disponível em: http://www.jstor.org/pss/2181485. Acesso em: 31 jan. 2007.

FUCHS, W. R. **A matemática moderna**. São Paulo: Polígono, 1970.

FURTH, H. G. **The world of grown-ups**: children's conceptions of society. New York: Elsevier, 1980.

GOERGESCU-ROEGEN, N. **Métodos em ciência econômica**. Rio de Janeiro: Multiplic, 1980.

HODGSON, G. M. **Economía y evolución:** revitalizando la economía. Madrid: Celeste, 1995.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LEISER, D.; HALACHMI, R. B. Children's understanding of market forces. **Journal of Economic Psychology**, Amsterdam, v. 27, p. 6-19, 2006.

LIMA, I. V. **Origens e pertinência da matematização da teoria econômica**. Curitiba: CMDE/UFPR, 2000.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. 5 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MARX, K. **O capital**: o processo de produção do capital. 11 ed. São Paulo: Difel, 1987.

OTTE, M. **O formal, o social e o subjetivo**: uma introdução à filosofia e à didática da matemática. São Paulo: Editora da UNESP, 1993.

PENROSE, R. Inteligência matemática. In: KHALFA, J. **Natureza da inteligência**. São Paulo: Editora UNESP, 1997.

PIERCE, C. S. **Pragmatism and pragmaticism.** Cambridge: Harvard University Press, 1934. (Collected papers of Charles Sanders Peirce, 5)

PIAGET, J. **Biologia e conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 1973.

PIAGET, J. **A tomada de consciência**. São Paulo: Melhoramentos, 1977.

PIAGET, J. **O possível e o necessário**: evolução dos possíveis na criança. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985.

PIAGET, J. La pensée mathématique. In: PIAGET, J. **Introduction à l'épistemologie génétique**. Paris: PUF, 1950.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

SAMUELSON, P. **Foundations of economic analysis.** Cambridge: Harvard University Press, 1947.

STIGLER, G. J. **Five lectures on economic problems**. New York: Macmillan, 1949.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1997.

Aprovado em julho de 2008.
Submetido em maio de 2008.