Bolema, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 75 a 96, abril 2011 *ISSN 0103-636X*

A Aprendizagem de Matemática por Alunos Adolescentes na Modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva.[1]

The Learning Mathematics for Students Teen in Mode Young and Adults Education: analyzing the difficulties in solving problems of additive structure

Simone Queiroz[2]
Mônica Lins[3]

Resumo

Este estudo investigou os conhecimentos adquiridos por um grupo de alunos adolescentes, que frequentam a modalidade de Educação de Jovens e Adultos em uma escola pública estadual na cidade de Recife/PE, buscando identificar as dificuldades que de alguma forma os impediam de avançar em seus estudos, e que dificultam o seu ingresso no mercado de trabalho. A partir do referencial teórico de Gerárd Vergnaud, elaboramos uma lista com problemas envolvendo as estruturas aditivas, e aplicamos coletivamente na sala de aula. Constatamos que esses alunos apresentaram dificuldades também encontradas nas pesquisas de outros autores (SELVA; BRANDÃO, 2000; MAGINA et. al., 2001; BORBA; SANTOS, 1997) com alunos da educação infantil e ensino fundamental do ensino regular. Todavia, os alunos adolescentes de EJA, desta

[1] Esse estudo faz parte de uma pesquisa de mestrado.

[2] Mestre em Ensino das Ciências pela Universidade Federal Rural de Pernambuco/UFRPE e professora da Escola Estadual Regueira Costa. Endereço para correspondência: Rua Regueira Costa s/n – Rosarinho. CEP: 52041-050 - Recife – PE – Brasil. E-mail: simonemq@hotmail.com.

[3] Doutora em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco/UFPE e professora adjunta da Universidade Federal Rural de Pernambuco/UFRPE, do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e Matemática/PPGEC/UFRPE, LAPPEM. Endereço: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Endereço para correspondência: Rua Dom Manoel de Medeiros s/n - Dois Irmãos. CEP: 52171-900 - Recife – PE – Brasil. E-mail: monlins@terra.com.br

pesquisa, mesmo conseguindo compreender os problemas (cálculo relacional), não conseguiam algumas vezes executar o cálculo numérico, apresentando os seguintes erros: *erro de inversão, supremacia do zero, decomposição e composição e zero neutro*.

Palavras-chave: EJA adolescente. Estrutura Aditiva. Problemas Aritméticos. Erros no cálculo Relacional e Numérico.

Abstract

This paper relates a research about the knowledge of a group of teenagers in EJA classes (a special brasilian educational structure for adults), seeking to identify the difficulties that somehow prevented them from advancing in their studies, and inhibiting their entry into the labor market. We applied a list of problems involving the additive structures. Analysing the results we could detect that these students showed the same difficulties discussed by other authors (SELVA; BRANDÃO, 2000; MAGINA et. al., 2001; BORBA; SANTOS, 1997) when taking in account students of other educational grades and courses. However, our research concludes that teenagers - in these adult education courses - sometimes perform the numerical calculation with some mistakes related to inversion, decomposition and composition, and misunderstandings about the properties of the number zero.

Keywords: EJA teenager. Additive Structure. Arithmetics. Errors.

Introdução

Uma forma errônea de caracterizar a matemática é traduzi-la como sinônima de números e operações entre eles. Os adeptos dessa interpretação costumam acreditar que o bom matemático é aquele que consegue fazer, com destreza e agilidade, enormes *contas de cabeça*. Apesar de existirem matemáticos com essa habilidade, sabe-se que isso tem muito pouco a ver com a essência dessa área do conhecimento. Quando muito, pode-se dizer que o cálculo com números é uma parte muito pequena do universo da matemática. O mais importante e essencial é pensar matematicamente, ou seja, é buscar compreender seus *símbolos*, *memorizá-los*, e resolver *problemas* envolvendo-os, explorando conexões entre linguagem e matemática (CARVALHO, 1994).

Na Matemática, muitas vezes, considera-se que o aluno aprendeu quando ele consegue repetir tal e qual o conteúdo apresentado e exercitado. Quando o aluno só sabe resolver determinado exercício, se antes tiver visto o professor demonstrando alguns exemplos. Ou seja, a aprendizagem não vai além da repetição das técnicas apresentadas pelo professor, sem muitas vezes entender o porquê de cada procedimento.

A disciplina passa a ser informativa, não há construção, apenas transmissão. Ela está orientada, basicamente, para a aquisição de conceitos (CHACÓN, 2003). Esta aquisição dificilmente gerará conhecimento, pois este é constituído partir da curiosidade epistemológica do ser humano, que é um grande gerador neste processo de construção do conhecimento. (FREIRE, 2001).

Educação matemática de jovens e adultos

A função da EJA é dar àqueles que tiveram sua escolaridade interrompida, a oportunidade de voltar ao sistema educacional, possibilitando aos indivíduos novas inserções no mundo do trabalho, na vida social.

> A educação de adultos torna-se mais que um direito: é a chave para o século XXI; é tanto conseqüência do exercício da cidadania como condição para uma plena participação na sociedade (...) (CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS, 1999, p. 19).

Segundo o Parecer CNE/CEB nº 15/1998, esta caracterização se estende também ao ensino fundamental. A redução da idade mínima permitida pela LDB para 14 anos completos ocasionou um estímulo para os alunos do ensino fundamental e médio, que abandonaram temporariamente a escola, matricular-se em turmas de EJA. O que também acontece com os alunos que possuem uma sucessão de repetências em seu histórico escolar, com o intuito de "acelerar" sua certificação.

A principal proposta pedagógica para o público da modalidade EJA é favorecer que os alunos sejam capazes de estabelecer relação entre o conhecimento que ele já possui e o novo conhecimento, pois só assim os alunos podem dar significado ao que estão aprendendo. Muitos dos assuntos eles já viram não só em sala de aula, como em seu dia-a-dia, mas não conseguem organizá-los em sua mente.

Durante algumas décadas, a EJA foi configurada somente como Educação de Adultos, objetivando, principalmente, a alfabetização destas pessoas. O que ocorreu nestes últimos anos foi o acréscimo de jovens a este programa, "fatores pedagógicos, políticos, legais e estruturais fazem com que muitos jovens procurem cada vez mais esta modalidade e a cada ano mais precocemente" (BRUNEL, 2004, p. 19). A distorção idade e série, fazendo com que alguns alunos já adolescentes estudem com crianças, e a exigência de certificação escolar para o mercado de trabalho, levam os jovens a optarem pelo programa de EJA.

Todavia, dificuldades em saber operar com números, símbolos, códigos e instrumentos com mais qualidade e agilidade, tem impedido a inserção dos jovens no mundo do trabalho. Resolver problemas, então, sempre foi um desafio para alunos e professores, na maioria das vezes com métodos que enfatizam a repetição e a mecanização da resolução de problemas. Para Gerárd Vergnaud (1996) são as situações que dão sentido ao conceito. Tais situações podem ser chamadas de problema, e para resolvê-los, o aluno constrói invariantes operatórios que dão significado ao conceito. Todavia, os alunos diante de um problema buscam muitas vezes apenas encontrar a resposta certa, iniciando o cálculo numérico, antes de ter compreendido o problema.

Esse desafio que a escola enfrenta nos levou a investigar os conhecimentos adquiridos por um grupo de alunos adolescentes, que freqüentam a modalidade de Educação de Jovens e Adultos, buscando identificar as dificuldades que de alguma forma os impediam de avançar em seus estudos, e que dificultam o seu ingresso no mercado de trabalho.

Teoria dos campos conceituais: as estruturas aditivas

Vergnaud (1996) percebeu que o foco do aluno em matemática não devia se basear apenas no conhecimento mecânico, mas sim no campo conceitual que está inserido cada assunto matemático. O conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Campo conceitual é um conjunto de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1982). Em meio a este processo, surgem as dificuldades conceituais que só são superadas à medida que são encontradas e enfrentadas, mas isso ocorre progressivamente e não uma única vez.

Logo, deve-se dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações para as quais os estudantes desenvolvem seus esquemas, na escola ou fora dela. Este campo conceitual, segundo Vergnaud (1982, 1996) trata-se também de um conjunto de situações, em que cada uma delas exige o domínio de uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas. Três argumentos principais levaram Vergnaud (1983, p. 393) ao conceito de campo conceitual:

1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações;

2) uma situação não se analisa com um só conceito;

3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é prolixo e se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

Sendo o conceito (VERGNAUD, 1993) composto por um conjunto de três elementos, representado simbolicamente por *C = (S, I, R),* em que: *situações (S)* – referente do conceito – conjunto de situações que dão sentido ao conceito; *invariante operatório (I)* – significado do conceito – conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, e *representação simbólica (R)* – forma como o indivíduo expõe seu pensamento (significante) e a simbologia ou conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Segundo Vergnaud (1996) o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto das situações em que se inserem cálculos relacionados às adições ou subtrações, havendo nestas uma diversidade de conceitos, como o conceito de numeral, antecessor, sucessor, além de diversas operações envolvendo as variáveis do problema, como: seriar, ordenar, reunir, juntar, somar, acrescentar, subtrair, separar, afastar, transformar, comparar.

Resolução de problemas: cálculo relacional e cálculo numérico

Ao analisar os problemas no campo conceitual das estruturas aditivas é preciso levar em consideração: compreensão e interpretação do problema, passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, os conhecimentos aritméticos em torno das operações de adição e subtração, os procedimentos algorítmicos, dentre outras ações. Para isto, usamos como suporte teórico os estudos de Gerard Vergnaud (1996; 1982) em resolução de problemas matemáticos, para entender o que o aluno pensa e faz para chegar à resposta do problema. Assim, Vergnaud fornece uma teorização que nos permite analisar a natureza do erro do aluno.

Esse erro pode estar na i*nterpretação* ou *compreensão do problema* (POLYA, 2006), pois o aluno precisa ter o domínio da língua deste, observando o contexto em que o problema está inserido: sua história (a relação entre os personagens ou figuras ou objetos, qual o foco), seu questionamento, os dados que se dispõem (as informações implícitas no texto), dentre outras. Neste momento de '*pré-cálculo',* o aluno faz uma análise de seus conhecimentos matemáticos prévios, buscando em sua mente alguns problemas correlatos (POLYA, 2006) àquele novo problema; trata-se de um momento retrospectivo/introspectivo. Então, após a leitura e interpretação do problema, as informações serão comparadas com as que ele já possui para em seguida, o aluno tentar construir um plano para a resolução do mesmo.

Para Polya (2006), o processo que o aluno faz até chegar à resposta dos problemas é ilustrado no fluxograma abaixo. Inicia este processo no momento em que ele faz a *leitura do problema*, *analisa os dados* dele (interpreta-o), *busca problemas correlatos* em sua mente, *elabora um plano de execução* e *executa-o*. Muitas vezes faz um retrospecto para saber se a resposta está coerente com a pergunta levantada pelo problema. O retorno à fase ou fases anteriores pode ser feito durante qualquer uma delas, para se certificar se está no caminho correto.

Figura 1: Fluxograma do percurso percorrido até a resolução do problema

Relacionando com Vergnaud (1982), esse processo poderia ser tratado como *cálculo relacional*, que são todos os procedimentos anteriores ao cálculo propriamente (o pré-calculo), e são repletos de idas e vindas em seus conhecimentos prévios; o aluno busca a melhor opção para a resolução do problema a ele apresentado. É interessante perceber que encontrando o possível caminho, o aluno volta ao problema para ver a compatibilidade desta "descoberta" com o enunciado deste. Para Polya (2006), este retorno ao problema pode ocorrer mais de uma vez, através da leitura do mesmo, antes do aluno iniciar o cálculo. Se for cometido um erro neste momento, o aluno poderá optar por operações aritméticas inadequadas.

Terminado este momento de reflexão que Vergnaud (1982) denominou de *cálculo relacional*, o aluno passa para, segundo ele, para o *cálculo numérico*. É neste momento em que ele se depara com os seus conhecimentos operacionais matemáticos, mais precisamente, em nossa pesquisa, relacionado à execução de algoritmos envolvendo adição e subtração.

Carpenter e Moser (1982), a partir dos estudos de Vergnaud, classificaram os problemas de estrutura aditiva em quatro categorias principais, sendo estas subdivididas em dezesseis subcategorias, dependendo do valor desconhecido no problema. São elas: *1. Combinação* - descrevem um relacionamento estático entre duas quantidades e suas partes; *2. Mudança* - esse tipo de problema envolve um relacionamento dinâmico, pois, a partir de uma quantidade inicial e, através de uma ação direta ou indireta, causa-se um aumento ou diminuição na mesma; *3. Igualização* - esse tipo de problema envolve a mesma espécie de ação encontrada nos problemas de mudança, mas, existe, também, uma comparação envolvida. Problemas de igualização envolvem a mudança de uma quantidade para que as duas venham a ter a mesma quantidade ou o mesmo número de atributos, e *4. Comparação* - envolve a comparação entre duas quantidades. Nesse tipo de problema a diferença entre duas quantidades precisa ser encontrada. Ao contrário dos problemas de mudança e de igualização, que envolvem uma dinâmica, esses são estáticos.

Estudos anteriores feito com crianças do ensino infantil e do ensino fundamental I, como os de Selva e Brandão (2000), Magina et al. (2001), Magina e Campos (2004), Vasconcelos (2003), Borba e Santos (1997) apresentaram dificuldades relacionadas à resolução de problemas que também foram encontradas nos alunos, adolescentes, sujeitos de nossa pesquisa. Isto porque, segundo Vasconcelos (2003), a identificação da quantidade desconhecida em um problema é uma das grandes dificuldades na sua resolução, pois pode se encontrar no estado inicial, na transformação ou no estado final

Estruturas aditivas: alguns estudos

Ruiz e Nascimento (1993) concluíram em seus estudos com alunos do Ensino Fundamental II (5ª a 8ª série, atualmente do 6º ao 9º ano) apresentaram conhecimentos parciais do algoritmo de subtração, quando as operações apresentam recurso. Destas, as operações com recurso em que havia zero tanto no minuendo quanto no subtraendo os alunos tiveram um alto percentual de erro, variando este de 41,9% a 61,2%.

O erro denominado *supremacia do zero* foi percebido por Ruiz e Nascimento (1993), durante sua pesquisa, quando mencionam a utilização das regras ($0 - N = 0$) e ($N - 0 = 0$), assim como o *zero neutro* é visto quando eles descrevem a fórmula ($0 - N = N$). Eles observaram que os alunos subtraiam sem levar em conta a posição do algarismo na operação (*inversão*). Segundo os autores, os alunos ainda aplicam a regra "só posso tirar o menor do maior", assim como utilizam o recurso da composição nas unidades, mas não compensam nas outras ordens (*decomposição e composição*).

Barreto (2001) em sua pesquisa com alunos de 8ª série (9º ano) constatou que os erros no cálculo numérico cometidos nas séries anteriores ainda são reproduzidos no último ano do Fundamental, sendo percebida a grande dificuldade dos alunos, diante do algoritmo da subtração, principalmente se nesta houver o zero.

Bertini e Passos (2007) em seu estudo com alunos de 3ª série (4º ano), entre 9 e 13 anos, compuseram sete categorias erros, destes serão destacados três, são eles: *erro ao somar ou subtrair o zero* (a coluna que possui zero, tem como resposta o próprio zero); *operação invertida* (quando o minuendo apresenta números menores que o subtraendo, o aluno efetua "subtraendo menos minuendo") e *erro na compensação* (os alunos erram ao "emprestar" e "devolver").

Borba e Santos (1997), em seus estudos com alunos de 3ª série em relação aos erros no cálculo numérico, concluiu que 65% dos alunos cometeram erro tanto na operação que envolvia subtração com reserva, quanto na operação de subtração com reserva e zero. Elas perceberam que o aluno efetuava a reserva, mas não compensava na outra ordem (*decomposição e composição*), assim como tinha dificuldades ao subtrair "o maior do menor" (*inversão*). E, diante do zero as autoras citaram as mesmas regras do estudo de Ruiz e Nascimento (1993).

Procedimentos metodológicos

Participaram de nossa pesquisa nove alunos, todos eles adolescentes que fazem parte da 4ª fase da Educação Jovens e Adultos (EJA), correspondente ao 8º e 9º ano no Ensino Fundamental, do turno diurno de uma escola pertencente à rede pública estadual de Pernambuco. Os dados foram construídos a partir da aplicação coletiva, em sala de aula, de uma ficha com dez problemas aritméticos de estrutura aditiva (ficha 1), e, posteriormente, de outra ficha com apenas operações aritméticas já armadas (ficha 2). Essas operações apresentadas na ficha 2 envolviam os mesmos números que eram apresentados nos problemas na ficha 1.

Optamos pela classificação dos tipos de problemas sugerida por Carpenter e Moser (1982) no campo das estruturas aditivas, que considera os conhecimentos conceituais relativos aos acréscimos e decréscimos, combinações e comparações propostas nos enunciados. São eles: *mudança, combinação, comparação* e *igualização*.

A seguir, no quadro síntese encontram-se: os problemas apresentados na ficha 1 e a sua classificação; as estruturas aditivas dos problemas; as operações apresentadas na ficha 2 que estão destacadas em **negrito**; a identificação das possíveis dificuldades algorítmicas dessas operações aritméticas.

Problemas	Tipo	Estrutura Aditiva	Operação Aritmética
1. Edu tinha 327 figurinhas, ganhou 238 figurinhas de seu pai. Com quantas figurinhas ele ficou?	Mudança	**327 + 238 = ?**	Adição com reserva
2. Luís tem 405 bolas de gude. Maria tem 196 bolas de gude. Quantas bolas de gude têm as duas juntas?	Combinação	**405 + 196 = ?**	Adição com reserva e com zero
3. Sabrina tinha uma loja que vendia brincos, mas resolveu fechá-la. Dando 264 brincos para sua irmã, ficou com 503. Quantos brincos Sabrina tinha antes?	Mudança	? – 264 = 503 **503 + 264 = ?**	Adição sem reserva e com zero
4. Nara tinha R$ 896,00, emprestou para Fábio R$ 574,00, com quanto ela ficou?	Mudança	**896 – 574 = ?**	Subtração sem reserva
5. Dois amigos resolveram participar do rali Dakar, em modalidades diferentes, Lucas de carro e Jorge de moto. Até o momento Lucas tinha andado 348 quilômetros e Jorge 209 quilômetros. Jorge andou quantos quilômetros a menos que Lucas?	Comparação	209 + ? = 348 **348 – 209 = ?**	Subtração com reserva e com zero
6. Bruno fez 640 pastéis. Ana fez 429 pastéis. Quantos pastéis Ana precisa fazer para ter a mesma quantidade que João?	Igualização	429 + ? = 640 **640 – 429 = ?**	Subtração com reserva e com zero na unidade
7. Toni e Carlos encheram juntos em uma semana 306 garrafas de água. Se destas Toni encheu 175 garrafas de água, quantas Carlos encheu?	Combinação	175 + ? = 306 **306 – 175 = ?**	Subtração com reserva e com zero na dezena
8. Dona Telma tinha 248 latas de refrigerante para vender. Ela ganhou alguns de Marcão. Ela tem agora 500. Quantas latas de refrigerante dona Telma ganhou de Marcão?	Mudança	248 + ? = 500 **500 – 248 = ?**	Subtração com reserva e com zero na dezena e na unidade
9. Beatriz e Tomé têm o mesmo peso, mas em um mês Beatriz ganhou 326 gramas e Tomé ganhou 175 gramas. Quantos gramas Beatriz precisa perder para que eles voltem a ter o mesmo peso?	Igualização	326 – ? = 175 175 + ? = 326 **326 – 175 = ?**	Subtração com reserva na dezena
10. Os primos Nil e Veloso moram no interior de Pernambuco, mas resolveram se encontrar em Recife. A viagem de Nil durou 512 minutos, enquanto a viagem de Veloso durou 248 minutos a menos. Quanto tempo durou a viagem de Veloso?	Comparação	512 – ? = 248 248 + ? = 512 **512 – 248 = ?**	Subtração com reserva na dezena e na unidade

Quadro 1: Problemas e sua estrutura aditiva, contidos na ficha 1

Análise dos resultados

Nossa pesquisa analisou os dois tipos de cálculo: *relacional* e *numérico* (VERGNAUD, 1982). Nos problemas da ficha 1, analisamos o *cálculo relacional*, que é o momento de decisão em que o aluno escolhe a operação apropriada para resolvê-lo, e o *cálculo numérico,* que é a realização propriamente dita deste cálculo. Nas operações da ficha 2, analisamos o *cálculo numérico* e focalizamos os erros numéricos cometidos.

Análise dos problemas

O gráfico 1 a seguir, tem como objetivo apresentar um panorama do desempenho dos nove alunos com relação aos problemas aritméticos de estrutura aditiva apresentados na ficha 1. Este gráfico diz respeito aos acertos e erros nos problemas. Tratamos por erro, qualquer falha cometida pelo aluno, ou seja, neste grupo de erros, temos erros no cálculo relacional, assim como no cálculo numérico, e também erros tanto no cálculo relacional quanto no cálculo numérico.

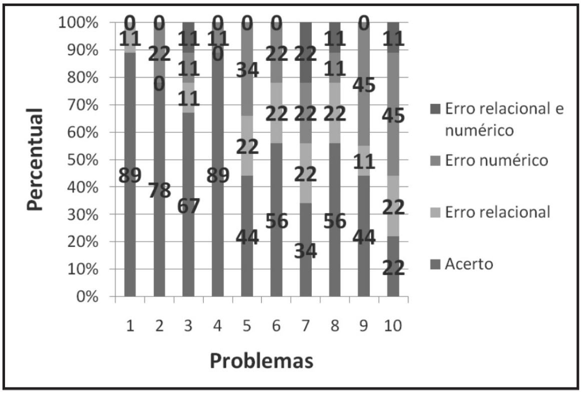

Gráfico 1: Percentual de acerto e erros (relacional, numérico ou ambos) da ficha 1

Podemos observar que os dois problemas que os alunos tiveram o maior percentual de acerto (89%) foram nos problemas 1 e 4, que são problemas diretos que envolve *mudança*, sendo o 1º uma adição com reserva e o 4º uma subtração sem reserva e sem zero.

O maior percentual de erro (78% no total) ocorreu no problema 10. Trata-se de um problema indireto de *comparação*, e de uma subtração com duas decomposições com reserva. Dos erros cometidos, 33% dos erros foram de origem relacional, e 45% foram no cálculo numérico.

Ao analisarmos a natureza dos erros apresentados no gráfico 1, podemos observar que em alguns problemas o erro numérico se sobressaiu aos demais erros, como nos problemas: 2 (22%), 4 (11%), 5 (34%), 9 (45%) e 10 (45%). Quando o erro era na interpretação e compreensão do problema, gerava os demais erros (relacionais), que subdividimos em:

- Erros relacionais (erram na escolha da operação, mas acertam o cálculo)

- Erros relacionais e numéricos (erram na escolha da operação e no cálculo)

Se não considerarmos o percentual da categoria que se refere tanto ao erro relacional quanto no numérico, assim como os percentuais de acertos dos problemas, podemos observar a comparação entre os erros de natureza numérica e de natureza relacional no gráfico abaixo:

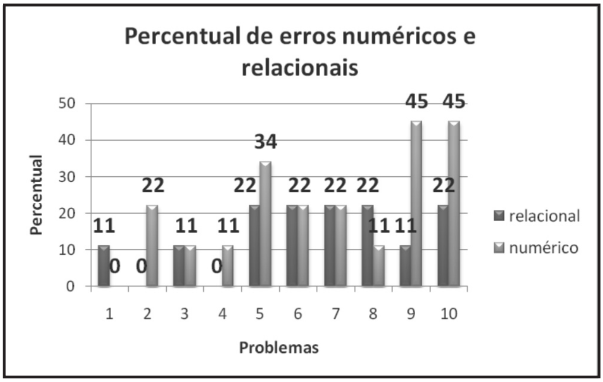

Gráfico 2: Percentual de erros numéricos e relacionais

Com este resultado constata-se que os sujeitos em alguns casos, compreendem o problema, mas não conseguem realizar corretamente o procedimento algorítmico.

O maior percentual de erro do tipo numérico apresentado no gráfico 2, cometido pelos alunos de EJA adolescentes foi na questão 9 e na questão 10, que corresponde, respectivamente, a problemas do tipo *igualização* e de *comparação*, ambos com 45% de erro numérico, que se sobressaiu ao percentual de erro relacional (11% na questão 9 e 22% na questão 10).

Seguido pelo problema 5, que se trata de um problema de *comparação*, tendo 34% de erro numérico e 22% de erro relacional.

Estas mesmas dificuldades com problemas de *comparação* encontram-se presentes nos estudos de Selva e Brandão (2000) que observaram crianças da Educação Infantil, Magina et al. (2001) cujo índice de acerto nas crianças da 1ª série, foi inferiores a 60%, e Borba e Santos (1997) com alunos da 3ª série, em que o índice de erro chegou a 64,7% (Comparação – diferença desconhecida – termo "a mais").

Vale destacar que esses alunos adolescentes de EJA apresentaram um percentual de erro no cálculo relacional mais reduzido nos problemas de *comparação* (em torno de 22%) que os alunos da Educação Infantil e do Ensino Fundamental I mencionado nas pesquisas acima. Todavia, considerando os erros apresentados por esses alunos de EJA nesse estudo, diante dos problemas de *comparação* (5 e 10), o percentual de erro no cálculo numérico (34% e 45%, respectivamente) foi maior do que no cálculo relacional.

Análise das operações

No que se refere aos erros e acertos nas operações de adição e subtração, o gráfico 3, a seguir, tem como objetivo apresentar um panorama do desempenho dos nove alunos nessas operações. A ficha 2 consistiu em apresentar aos alunos uma lista de operações de adição e subtração já armadas, envolvendo as mesmas operações envolvidas nos problemas de estrutura aditiva (ficha 1).

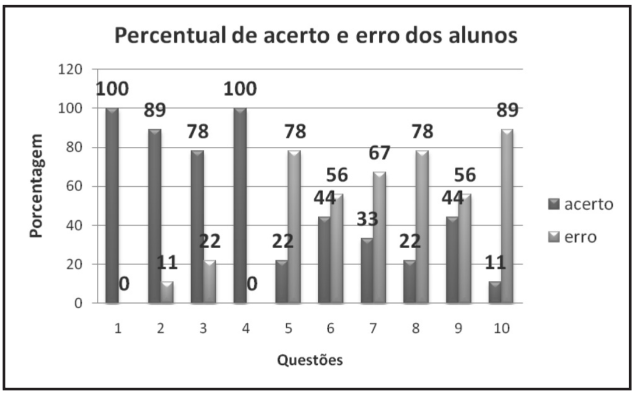

Gráfico 3: Percentual de acerto e erro dos alunos em cada uma das operações aditivas

Quanto aos erros numéricos, o que se percebe neste gráfico é um declive no percentual de acerto a partir da questão cinco. Anterior a esta, a de menor percentual foi a 3ª questão com quase 80% de acerto e cerca de 20% de erros, na 5ª questão, temos o inverso do percentual obtido na 3ª questão, quase 80% de erro e apenas 20% de acerto, sendo explicitada a dificuldade encontrada pelos alunos, relacionadas à operação de subtração com o zero.

Nas quatro primeiras operações obteve-se quase 100% de acerto. Todavia, tanto na questão 2 quanto na questão 3, foi inserido o zero, ocorrendo com isto os primeiros erros. Todavia, estes erros se ampliaram consideravelmente quando os alunos se depararam com as operações de subtração.

As questões 6 e 9, dentre as demais que o percentual de erro foi maior que o de acerto, foram as conseguiram acertar mais, provavelmente porque na questão 6 o zero aparece na ordem das unidades do minuendo, e na questão 9, não aparece o algarismo zero em nenhum dos números envolvidos na operação, o que pode ter contribuído para o aumento no percentual de acerto em relação a questão 6. Todavia, como a questão 9 trata-se de uma subtração com reserva, o percentual de erro superou o de acerto, provavelmente devido à reserva.

Constatamos que alguns erros de natureza diferentes se repetiram ao longo das questões, quando os alunos se deparavam com as subtrações. Subdividimos estes erros em quatro grupos, são eles:

1) Erro da inversão – quando o algarismo do subtraendo era maior que o do minuendo, eles invertiam a posição dos algarismos, como por exemplo, na questão 10, quando nas unidades tinha 2 – 8, em vez de decompor 1 dezena em 10 unidades e juntar ao 2, ficando 12 – 8, alguns deles optaram em fazer 8 – 2, pondo 6 como resto. O mesmo ocorreu na coluna das centenas, em que optaram por executar o cálculo 4 – 1, invertendo com isto a posição do algarismo do minuendo pelo do subtraendo.

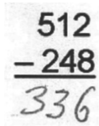

Figura 2: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Saulo na questão 10.

O mesmo ocorreu na questão 9, em que alguns alunos partindo do princípio que só se pode tirar o menor valor do maior, e não ao contrário, inverteram a posição dos algarismos localizados na coluna da dezena, em vez de 2 – 7, fizeram 7 – 2, errando o cálculo.

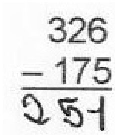

Figura 3: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Wilma na questão 9.

Quando surge o zero no minuendo existem dois caminhos errados que eles optam, são eles:

2) Supremacia do zero – deparando-se com o zero, automaticamente reproduzem o zero no resto, confundindo com o algoritmo da multiplicação em que multiplicando qualquer valor por 0, obtêm 0 no produto. Na questão 7, em que aparece zero na dezena do minuendo, pode-se perceber isto. Quando na subtração de 306 por 175, eles subtraem apenas a unidade 6 – 5 e a centena 3 – 2, reproduzindo o zero da dezena no resto, respondendo erroneamente 201, em vez de 131. Como se pode ver no exemplo a seguir:

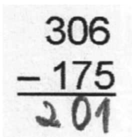

Figura 4: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Joana na questão 7.

O mesmo ocorreu na questão 8, em que aparece dois zeros, pode-se perceber isto. Quando na subtração de 500 por 248, eles subtraem apenas as centenas 5 – 2 e reproduzem os zeros no resto, respondendo erroneamente 300, em vez de 252.

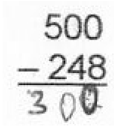

Figura 5: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Antônio na questão 8.

Na questão 6, o erro ocorreu na coluna da unidade, mais uma vez devido à presença do zero. A subtração correta das unidades seria 0 – 9, optando por ignorar o 9, pondo o 0 como resposta. Esta *supremacia do zero* parece estar relacionada com operações de multiplicação e divisão (ao multiplica-se por zero; ou diante do zero no dividendo), fazendo com que muitos alunos confundam este procedimento com o da subtração.

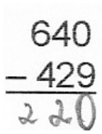

Figura 6: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Isabel na questão 6.

3) Zero neutro – Este é o oposto do tipo anterior, pois neste a presença do zero é ignorada, sendo repetidos os valores do subtraendo. Como na subtração da questão 6, em que se tem 640 – 429 = 211, encontra-se erroneamente o 229 como resposta, pois reproduziu a unidade 9 do subtraendo no resto, ignorando a presença do 0 no minuendo, assim como sua importância no algoritmo desenvolvido.

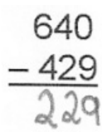

Figura 7: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Marcela na questão 6.

Na questão 7, a mesma aluna Marcela optou por ignorar a existência do zero na coluna da dezena do minuendo, repetindo o 7 da dezena do subtraendo no resto.

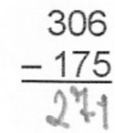

Figura 8: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Marcela na questão 7.

4) Erro de decomposição e composição – Eles não invertem os algarismos como no primeiro caso. Todavia, ao transformar alguns valores, prosseguem o cálculo como se isto não tivesse realizado a transformação. Como na questão 5, que a operação é 358 – 209. Faz a unidade 8 ficar com 18, ao decompor uma das dezenas em 10 unidades, subtraindo corretamente 18 – 9, entretanto mantém o 5 na dezena, fazendo 5 – 0, em vez de 4 – 0.

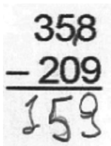

Figura 9: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Petrus na questão 5.

Na questão 6, ocorre o mesmo erro, quando transformaram uma das 4 dezenas do minuendo em unidade e depois prosseguiram com o cálculo, como se não tivesse executado esta transformação, fazendo na dezena: 4 – 2, em vez de 3 – 2. Como se percebe a seguir.

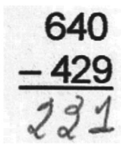

Figura 10: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Saulo na questão 6.

É interessante observar na questão 8 abaixo, que há zero na unidade e na dezena no minuendo, mas este aluno não cometeu nenhum dos dois erros relacionados ao *zero*, citados anteriormente. Ele fez 10 – 8 na unidade, 10 – 4 na dezena e 5 – 2 na centena. O aluno não transformou uma centena em 10 dezenas, e destas 10 dezenas, 1 dezena se transformou em 10 unidades, devendo ficar 10 unidades, 9 dezenas e 4 centenas. Ao operar desta forma, Petrus considerou a necessidade das transformações, ou seja, transformou 0 em 10, mas não através da decomposição do número. No cálculo a seguir é possível observar que ele escreve discretamente um traço anterior ao zero, representando o 10.

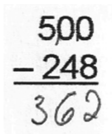

Figura 11: Algoritmo de estrutura aditiva desenvolvida por Petrus na questão 8.

Após observarmos cada um dos erros cometidos pelos alunos investigados, o gráfico 4 a seguir, mostra o percentual de cada um dos *quatro tipos de erros* que apareceram neste estudo. Para esta análise excluímos as questões que eles acertaram.

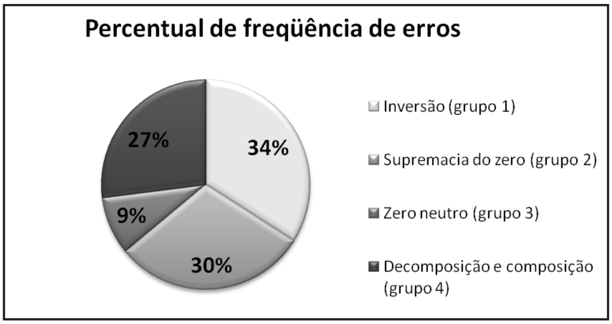

Gráfico 4: Percentual da freqüentes de erros cometidos pelos alunos.

No gráfico 4 podemos ter uma visão panorâmica dos erros mais freqüentes cometidos pelos. Diferente do que se esperava, a inversão posicional dos algarismos (trocar o algarismo do minuendo pelo do subtraendo) se tornou o erro mais freqüente desse grupo de aluno. Foram 34% dos erros cometidos, superando o da *supremacia do zero* que pensávamos ser o maior obstáculo de nossos alunos. Todavia, o aparecimento do zero parece ter contribuído para os 30% de erros nas operações de subtração.

Este erro de inversão advém da idéia de que só se pode tirar o menor valor do maior, conceito este geralmente absorvido nos primórdios da vida estudantil destes adolescentes, faz com que eles desprezem a estrutura algorítmica da qual a operação de subtração está inserida, em se tem “minuendo menos subtraendo”, invertendo-a em alguns momentos, dependendo do valor absoluto dos algarismos em questão.

Observamos com isto, que os quatro erros cometidos em relação às operações no campo conceitual das estruturas aditivas, referiam-se apenas às operações de subtração: 34% dos erros foram de *inversão*, em que se inverte a posição do algarismo do minuendo pelo do subtraendo. O 2º tipo de erro mais cometido (30%) foi o da *supremacia do zero*. Seguido a este, temos o da *decomposição* e *composição* (27%) e por fim, o com o menor percentual o erro do *zero neutro* (9%).

Os resultados do nosso estudo foram na mesma direção dos de Ruiz e Nascimento (1993), indicando que os alunos do ensino fundamental II (5ª a 8ª série ou do 6º ao 9º ano) assim como os alunos de EJA, apresentaram conhecimentos parciais do algoritmo de subtração, quando as operações apresentam recurso. E, das sete categorias de erros apontadas pelo estudo de Bertini e Passos (2007) três se assemelham aos de nosso estudo, são eles: *inversão, supremacia do zero, decomposição e composição*.

Considerações finais

As pesquisas feitas por Selva e Brandão (2000), Magina et al. (2001), Magina e Campos (2004), Vasconcelos (2003), Borba e Santos (1997) com alunos do Ensino Fundamental I apresentaram dificuldades relacionadas à resolução de problemas, todavia o maior percentual de erro destas se relacionavam à compreensão do problema, ao cálculo relacional e não ao numérico como foi o caso de nossa pesquisa.

Ou seja, estes alunos de EJA executam as duas primeiras etapas de Polya (2006) para a resolução do problema, eles *compreendem o problema* e *elaboram o plano*, todavia na terceira etapa a *execução do plano*, ou segundo Vergnaud (1982) o *Cálculo Numérico*, eles cometem erros quando se deparam, na subtração, com algoritmo em que é preciso decompô-lo, cometem dois tidos de erros: *Inversão ou Decomposição e Composição*, assim como a presença do algarismo zero que os faz cometer também dois outros tipos de erros: *Supremacia do Zero ou Zero neutro.*

Estas mesmas dificuldades analisadas se assemelham às encontradas nas pesquisas de Ruiz e Nascimento (1993), Borba e Santos (1997), Barreto (2001) e Bertini e Passos (2007) em que o público era composto por alunos de Ensino Fundamental I e II.

Estes alunos de EJA 4ª fase (as duas últimas séries do ensino fundamental) estão concluindo mais uma etapa de seus estudos, e apresentam conhecimentos aquém dos exigidos nos programas curriculares. Todas essas dificuldades encontradas por eles mostram que ainda não compreendem os conceitos que envolvem as estruturas aditivas, e ainda não têm o domínio algorítmico das operações de adição e subtração. Apesar de não terem apresentado dificuldades nas adições, eles não sabem operar com subtrações. Essas dificuldades mostram que esses alunos ainda não compreendem os conceitos necessários que possibilitam as operações aritméticas de estruturas aditivas.

Isto é preocupante, uma vez que possivelmente estarão no Ensino Médio, concorrendo por uma vaga nas universidades e ainda cometem erros matemáticos básicos.

Segundo Vergnaud (1996) a aquisição de um conceito não é algo que ocorre rapidamente, trata-se de uma construção gradativa, em que ocorrem entrelaces e rupturas sucessivas entre o novo e o antigo. Observa-se que na escola tem sido enfatizada a repetição e a memorização dos algoritmos, que mesmo possuindo sua importância, não podem se sobrepuser ao desenvolvimento dos processos de reflexão e análise tão necessários à construção de conceitos.

Referências

BARRETO, M. C. **O Material Didático do telensino e o desenvolvimento de conceitos matemáticos**. In: FARIAS, I. S.; NUNES, J. B. C; CAVALCANTE, M. M. D. (Org.). Telensino percurso e polêmicas. Fortaleza: UECE, 2001.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Parecer n.15**, de 1º de jun. de 1998.

BERTINI, L. F; PASSOS, C. L. B. Dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais. In: CONGRESSO DE LEITURA DO BRASIL-COLE, 16. 2007, Campinas. **Anais do 16º COLE**, Campinas: Associação de Leitura do Brasil (ALB), 2007. p. 01 – 10. Disponível em: < http://www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss08_02.pdf> Acesso em: 28 jan. 2010. ISBN 85-86091-76-1.

BORBA, R. E. S. R.; SANTOS, R. B. Investigando a resolução de problemas de estruturas aditivas por crianças de 3ª série. **Tópicos educacionais**, Recife, v. 15, n. 3, p. 125 - 140, 1997.

BRUNEL, C. **Jovens cada vez mais jovens na educação de jovens e adultos**. Porto Alegre: Mediação, 2004.

CARPENTER, T. P; MOSER, J. M. The development of addition and subtraction problem-solving skills. In: CARPENTER, T. P; MOSER, J. M; ROMBERG, T. A. (Orgs.). **Addition and Subtract**: a Cognitive Perspective. New Jersey: LEA, 1982.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção Magistério)

CHACÓN, I. M. G. **Matemática Emocional – os afetos na aprendizagem matemática.** Tradução de D. V. Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DE ADULTOS, 5, 1997, Hamburgo. **Declaração de Hamburgo:** agenda para o futuro. Brasília: SESI, 1999. (Série SESI-UNESCO educação do trabalhador, 1). Disponível sem: <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/ue000006.pdf>. Acesso em: 25 jan. 2010.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa**.** São Paulo: Paz e Terra, 2001.

MAGINA, S; CAMPOS, T. M. M; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo: EDUC, v. 6, n. 1, p. 53 – 71. 2004.

NUNES, T; BRYANT, P. **Crianças Fazendo Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução de H. L. Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RUIZ, E. R.; NASCIMENTO, R. A. Identificação e análise de erros cometidos por alunos de 5ª a 8ª série do 1º grau na resolução da subtração. **Tópicos Educacionais**, Recife, v. 11, n. 1/2, p. 48 – 56. 1993.

SELVA, A C. V; BRANDÃO, A. C. P. A notação escrita na resolução de problemas por crianças pré-escolares. **Psicologia:** Teoria e Pesquisa, Brasília, v.16, n. 33, p. 241 – 249, set/dez. 2000.

VASCONCELOS, L. Problemas de Adição e Subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLIEMANN, A. L.; CARRAHER, D. W. (Orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos:** ensino e pesquisa. 2. ed. Campinas: Papirus, 2003.

VERGNAUD, G. A classification of Cognitive Tasks and Operations of thought Involved Addition and Subtractions Problems. In: CARPENTER, T., MOSER, J.; ROMBERG, T. **Addition and Subtraction:** a cognitive perspective. New Jersey: Ed. Lawrence Erlbaun Hillsdale, USA, 1982. p. 39 – 59.

VERGNAUD, G. **Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example:** les structures additives. Atelier International d'Eté: Récherche en Didactique de la Physique. La Londe les Maures, França, 1983.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais**.** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 1993, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: UFRJ, 1993. p. 1 – 26. Editor: Profa. Dra. Lilian Nasser.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. (Dir.). **Didáctica das matemáticas**. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996.

Submetido em Abril de 2010.
Aprovado em Julho de 2010.