



História da Matemática em contextos da Educação Matemática: contribuições do GPHM

History of Mathematics in Mathematics Education context: contributions of GPHM

Rosa Lúcia Sverzut Baroni*
Marcos Vieira Teixeira**
Sérgio Roberto Nobre***

Resumo

Procuramos, aqui, mostrar os caminhos trilhados, nos últimos anos, pelo Grupo de Pesquisa em História da Matemática e/ou suas relações com a Educação Matemática (GPHM) da UNESP de Rio Claro, assim como as contribuições que acreditamos ter dado à Educação Matemática. A produção do grupo tem se voltado a temas que abordam história de instituições e de personagens, articulada à história de disciplinas, conceitos e materiais escolares. Também, em contextos mais gerais da Educação Matemática, apresenta resultados de pesquisa que apoiam a compreensão a respeito das concepções de professores sobre o uso da História da Matemática em sala de aula; do material sobre História da Matemática acessível ao professor; da presença da História da Matemática em livros didáticos; das propostas da introdução dos números reais via medição; e da disciplina de Análise em cursos de formação de professores.

* Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida 24A, nº 1515, Bela Vista, CEP: 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. *E-mail*: rbaroni@rc.unesp.br.

** Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida 24A, nº 1515, Bela Vista, CEP: 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. *E-mail*: marti@rc.unesp.br.

*** Doutor em História da Matemática pela Sektion Mathematik e Karl Sudhoff Institut da Universidade de Leipzig. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida 24A, nº 1515, Bela Vista, CEP: 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. *E-mail*: sernobre@rc.unesp.br.

Palavras-chave: Grupo de Pesquisa em História da Matemática. História da Matemática e Educação Matemática. Pesquisas em História da Matemática.

Abstract

In this article we tried to show the paths outlined during the past years by the Research Group on History of Mathematics and/or its relations with Mathematics Education (GPHM) at UNESP in Rio Claro – Brazil, as well as the contributions we believe we have made to Mathematics Education. The group's production has focused on issues that address the history of institutions and characters, linked to the history of disciplines, concepts and learning materials. Also, in broader terms of mathematics education, this article presents results from research that supports the understanding of teachers' conceptions about the use of History of Mathematics in the classroom; material on the history of mathematics accessible to the teacher; the presence of the history of mathematics in textbooks; proposed introductions of real numbers; and the subject of Analysis in teacher education and training.

Keywords: Group on History of Mathematics, History of Mathematics and Mathematics Education, researches in History of Mathematics

1 Introdução

No artigo *A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática* (BARONI; NOBRE, 1999), publicado no livro *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas*, procuramos situar a pesquisa em História da Matemática no Brasil a partir das identificações apresentadas por Hans Wussing, um dos poucos pesquisadores que tentavam teorizar esse campo emergente:

- 1) História de problemas e conceitos;
- 2) As interligações entre Matemática, Ciências Naturais e Técnica;
- 3) Biografias;
- 4) Organizações institucionais;
- 5) A Matemática como parte da cultura humana;
- 6) Influências sociais ao desenvolvimento da Matemática;
- 7) A Matemática como parte da formação geral do indivíduo;
- 8) Análise histórica e crítica de fontes literárias.

Ao final da década de 1990, a História da Matemática começava a se destacar no cenário nacional, sobretudo em seus aspectos relacionados à Educação Matemática. Os principais temas abordados na época podiam ser classificados em quatro grandes frentes:

- 1) História da Educação Matemática;
- 2) Concepções de professores de Matemática em relação à História da Matemática;
- 3) História da Matemática na formação do matemático e do professor de Matemática;
- 4) Utilização da História da Matemática como recurso pedagógico.

Nesse cenário, o Grupo Pesquisa em História da Matemática e/ou suas relações com a Educação Matemática (GPHM), junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro, se dedicava às pesquisas que versavam principalmente sobre:

- 1) História de Instituições;
- 2) História de pessoas significativas ao desenvolvimento da Matemática e da Educação Matemática no Brasil;
- 3) Concepções de professores de Matemática em relação à História da Matemática;
- 4) História da Matemática na formação do matemático e do professor de Matemática;
- 5) História de disciplinas;
- 6) História de obras (textos históricos de matemática, livros didáticos, coletâneas etc.).

Uma das grandes preocupações do grupo era tentar construir algumas fundamentações que pudessem se constituir em parâmetros de atuação, uma vez que as pesquisas encontravam-se em estágio embrionário.

A partir daí, a História da Matemática no Brasil começou a se estruturar com maior força, principalmente com a realização bianual do Seminário Nacional de História da Matemática e a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), em 1999. Vários grupos começaram a emergir e, tanto nacional quanto internacionalmente, a História da Matemática foi conquistando espaços importantes.

O GPHM teve papel de destaque nessa etapa do desenvolvimento da área, sobretudo pela participação de dois de seus membros, Sergio Roberto Nobre e Marcos Vieira Teixeira, na diretoria da SBHMat. Mas o grupo, como um todo, acompanhou e participou das mais variadas discussões promovidas pela comunidade científica, mostrando alguns avanços teóricos numa visão mais global de possibilidades de inserção da História da Matemática no âmbito educacional.

Assim, no que diz respeito a seus aspectos ligados à Educação

Matemática, marcamos posição com o artigo *A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática* (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2004), como parte do livro *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. Nesse artigo, procuramos mostrar as diversas discussões, reflexões e pesquisas realizadas pelo movimento internacional de atuação da História da Matemática na Educação Matemática e, também, como o GPHM se inseria nessas abordagens, apontando os avanços teóricos constituídos pelas pesquisas desenvolvidas. No sentido de tentar entender o papel da História da Matemática (HM) no contexto escolar, baseados em Fauvel e Maanen (2000), foram apontados vários argumentos que defendem a introdução da HM como fator de melhoria no ensino/aprendizagem da Matemática, assim como, contrapondo-se a esses argumentos, também foram listados outros desfavoráveis à incorporação da HM em sala de aula.

Avançando em relação ao artigo de 1999, também foram apresentados resultados de pesquisas em alguns campos, como por exemplo: os que tratam de questões filosóficas, multiculturais e interdisciplinares; os que tratam da HM na formação do professor; os que tratam da HM e sua incorporação em sala de aula.

No que diz respeito especificamente ao GPHM, apresentamos vários resultados das pesquisas na época, sobretudo relacionados aos temas *História Institucional – História de Personagens; História da Matemática Luso-Brasileira e História da Matemática e sua incorporação em sala de aula*.

Nesse intervalo de seis anos, o grupo foi se solidificando e continua tendo papel importante no cenário nacional e internacional, sobretudo por meio de seu membro Sergio Roberto Nobre, eleito presidente da SBHMat e editor da Revista Brasileira de História da Matemática.

Hoje, embora os docentes membros do grupo tenham interesses diversos no que diz respeito aos temas de pesquisa, há interfaces importantes entre os projetos que vão se constituindo em grandes frentes, cujos resultados se somam para tentarmos compreender como a Matemática no Brasil foi se construindo, como certas áreas de pesquisas se desenvolveram, o papel de algumas instituições e de alguns personagens no desenvolvimento da Matemática etc.

Assim, neste artigo, pretendemos indicar os caminhos trilhados pelo grupo, no que avançamos e que contribuições acreditamos ter dado à Educação Matemática.

2 Pesquisas em História da Matemática

Os principais temas de pesquisa do grupo, hoje, não se diferenciam muito daqueles de 2004, mas vários resultados importantes foram sendo apresentados e acrescentados aos anteriores, delineando um quadro mais claro sobre a Matemática no Brasil. Os projetos, atualmente em desenvolvimento, são:

- 1) História de Instituições;
- 2) História das disciplinas matemáticas;
- 3) A História da Matemática e suas contribuições para o ensino superior;
- 4) História da atividade profissional em Matemática no Brasil;
- 5) Desenvolvimento do conteúdo matemático a partir da História: uma proposta para a formação de professores;
- 6) Fundamentação teórica para a pesquisa em História da Matemática.

A seguir, apresentamos a descrição e os principais resultados desses projetos, observando que há interfaces importantes entre alguns deles. Sendo assim, faremos junções que permitem uma abordagem mais articulada dos resultados, compondo novos títulos aos mesmos.

2.1 História de instituições e de personagens

Este item contempla resultados dos projetos 1 e 4, que dão continuidade ao trabalho que já vinha se desenvolvendo a partir das pesquisas sobre três instituições de ensino superior do interior do estado de São Paulo, pioneiras no campo da Matemática: a Pontifícia Universidade Católica (PUC) de Campinas; a Escola de Engenharia de São Carlos (EESC) e a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) de Rio Claro (atual UNESP de Rio Claro). Como consequência desses estudos, outras pesquisas foram sendo constituídas, sobretudo aquelas relacionadas ao arquivo pessoal do Prof. Mario Tourasse Teixeira, um dos primeiros professores da FFCL de Rio Claro. Esse arquivo foi doado à UNESP pela família do Prof. Mario, e tem fornecido importantes informações e esclarecimentos sobre os primórdios do movimento acadêmico, que acabou gerando o próprio Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

Diretamente ligados às Instituições e a alguns de seus personagens, outros caminhos foram trilhados em investigações sobre o desenvolvimento histórico de currículos, disciplinas, conteúdos matemáticos ou materiais didáticos. Esses caminhos nos levaram à constituição do projeto apresentado em seguida.

2.2 História de disciplinas e conceitos matemáticos

Esse item reflete a produção dos projetos 1, 2 e 4 e começa com o trabalho de Oliveira (2004), que analisou a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ministrada no curso básico da Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904, pelo professor Rodolpho Baptista de San Thiago, que permaneceu à frente dela até 1930. O trabalho foi desenvolvido por meio de uma pesquisa histórico-documental realizada nas bibliotecas daquela instituição e em outros centros da Universidade de São Paulo. Foi feita a análise de conteúdo de um texto didático organizado por um aluno da disciplina, naquele período, além de outras informações pertinentes sobre o curso e a escola. A intenção foi investigar a produção de conhecimento e delinear o fazer matemático na Politécnica, à época. A perspectiva histórica da análise teve dois focos principais. O primeiro, relativo ao ambiente da época em que o ensino foi desenvolvido, cujo objetivo era o de explicitar as preferências existentes na Escola Politécnica, relacionadas com a Matemática e, em particular, com o Cálculo. O segundo se deu em termos de conteúdos e necessidades da disciplina; tendo sido realizada uma reflexão sobre a historiografia e a integração da História da Matemática com a Pedagogia pelo exame do discurso dos livros didáticos usados e dos documentos escolares, então vigentes. Essa reflexão está relacionada com o papel dos livros-texto de Cálculo, na forma das práticas educacionais, e com as influências exercidas por esses textos sobre alunos e professores.

Ainda, relacionado à disciplina de Cálculo e também ao contexto da Escola Politécnica da USP, Silva (2006) analisou a trajetória da carreira do Prof. José Octávio Monteiro de Camargo, focando, principalmente, suas notas de aulas de Cálculo Diferencial e Integral, redigidas nos anos de 1959 e 1960. A análise desse material, juntamente com outros documentos tais como anuários da instituição, programas e grades curriculares das disciplinas de Cálculo e de Análise, ajudou a compor o cenário de desenvolvimento dessas disciplinas desde a Escola Politécnica, antes e depois da criação da USP, até a criação da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras, em 1934. Os documentos foram coletados no Setor de Arquivo Histórico da Escola Politécnica.

O trabalho de Noguti (2005) destaca-se por tratar de uma disciplina que, àquela ocasião, fora pouco explorada historicamente, uma vez que são raros os documentos que versam a respeito do desenvolvimento dessa disciplina no Brasil. Nesse trabalho é apresentada uma análise do livro escrito pelo Prof. Agliberto Xavier, intitulado *Théorie des Approximations Numériques et du*

Calcul Abrégé, publicado na França, em 1909. O Cálculo Numérico também é situado no mundo ocidental, assim como no Brasil, sendo focado o *provável primeiro curso de Cálculo Numérico*, na Escola de Engenharia da USP de São Carlos. A pesquisa, de cunho histórico-documental, foi realizada na Biblioteca da Escola de Engenharia de São Carlos, na Biblioteca do Instituto de Ciências Matemáticas e da Computação (ICMC/USP); na Biblioteca do Instituto de Matemática e Estatística (IME/USP), no Museu Casa Benjamin Constant, Núcleo de Documentação do Colégio Pedro II (NUDOM), no Rio de Janeiro. As duas análises objetivaram evidenciar a axiologia subjacente aos manuais escolares de Cálculo, indicando o rastro histórico determinado, que, apoiado na descrição epistemológica, levou à concepção de como se faz Matemática.

Sobre o desenvolvimento de conteúdos, o trabalho de Martins (2006) abordou a história da busca pelas soluções por radicais de equações algébricas de grau n , por meio de uma reconstrução histórica de uma parte desse desenvolvimento; mais precisamente, do período entre as descobertas das fórmulas para exibir as soluções das equações de 3º e 4º graus (meados do século XVI) e a publicação dos artigos de Evariste Galois, em 1846. Foram destacadas as relações entre as principais ideias de Cardano, Lagrange e Galois, que aparecem em suas tentativas de resolução de uma equação algébrica por radicais. A saber: (i) as descobertas das fórmulas para as soluções das equações gerais do terceiro e quarto graus no século XVI; (ii) a descoberta do resolvente de Lagrange no século XVIII e (iii) a publicação, no século XIX, do artigo *Sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux*, escrito por Evariste Galois, em 1831. Desse trabalho também resultou um material de apoio a professores do ensino superior em Álgebra Abstrata.

Ainda, sobre o desenvolvimento de conteúdos, Coelho (2008) analisou a forma como Huygens e os irmãos Bernoulli propuseram e resolveram, respectivamente, os problemas do Isocronismo do Pêndulo (Tautócrona) e da Braquistócrona, numa tentativa de contribuir para o entendimento dos métodos utilizados pelos eruditos para essas demonstrações. Trata-se de uma pesquisa de cunho histórico-analítico, centrada no século XVII, que usou transcrições dos originais dos dois cientistas. A Braquistócrona é um problema que faz parte de todo o desenvolvimento do Cálculo de Variações, e o Isocronismo contribuiu para a construção de relógios de pêndulo mais precisos, bem como dos relógios marítimos.

2.3 História da Matemática em contextos da Educação Matemática

Este item engloba, na verdade, todos os projetos do grupo. Os dois itens anteriores foram destacados por possuírem características marcantes, mas também apresentam suas relações com a Educação Matemática.

Numa interface do item anterior sobre o desenvolvimento histórico de materiais didáticos com a Educação Matemática, a pesquisa de Silva (2009) analisou duas coleções de livros didáticos de Matemática, destinadas ao Ensino Primário, publicadas nos períodos 1955-1967 e 1967-1973, respectivamente, visando a produzir fatos históricos relativos à contextualização dessa produção didática em seu tempo de elaboração, destacando a importância desse instrumento pedagógico em pesquisas que consideram a trajetória do saber matemático numa perspectiva histórica. Essas obras são *Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar* (3º volume), de autoria de Manhúcia Perelberg Liberman, Anna Franchi e Lucília Bechara; e *Raciocine com a Criança* (1º, 2º e 3º volumes), de autoria de Claedmar Trench. Na perspectiva de constatar, nessas obras, elementos que propiciassem condições de estabelecer as concepções de ensino e aprendizagem das suas autoras, bem como valores dominantes da cultura escolar nos respectivos períodos, efetuou-se uma análise de conteúdo das obras selecionadas, considerando as orientações teórico-metodológicas de Bardin, em conjunto com reflexões propiciadas por Chartier e De Certeau quanto aos conceitos de materialidade, representação e apropriação, incluindo análise de legislação educacional, que permitiram verificar que a busca por representações sobre o ensino da Matemática e os modos de difusão dessas representações inscreve essa pesquisa também no âmbito da história cultural.

Este item, o dos projetos que envolvem a História da Matemática no contexto da Educação Matemática, foi tratado sob vários aspectos, um deles sobre a compreensão de professores acerca do papel da história no ensino/aprendizagem de Matemática. Souto (1997) e Feliciano (2008) foram buscar o que professores da escola fundamental compreendiam a respeito do uso pedagógico da História da Matemática. Nesse período de 11 anos entre um trabalho e outro, observamos que foram lançados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), foram fortalecidas as avaliações de livros didáticos por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e também foi criada a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), ações e políticas públicas que reforçaram a importância da História da Matemática no cenário educativo. Todavia, as conclusões desses trabalhos não diferem drasticamente.

Em ambos, há concordância em vários pontos:

- 1) História da Matemática – HM como fator de motivação. Mesmo que alguns autores, dentre eles Miguel e Miorim (2004), que discutem as relações existentes entre a História da Matemática e o processo de ensino aprendizagem, acreditem que a justificativa de motivação se associe apenas a momento de *relax* ou a um caráter de *história – anedotário*, os professores consideram que a HM consegue, de alguma forma, ajudá-los a motivar seus alunos durante as aulas, mesmo sem ter clareza das razões, ou modos, através dos quais isso ocorre.

Essa conclusão nos faz refletir sobre o papel da HM como recurso didático, indicando que nos faltam, ainda, elementos claros que indiquem, do ponto de vista epistemológico e cognitivo, a eficiência da HM no processo de ensino aprendizagem.

- 2) História da Matemática como fator de compreensão da Matemática. Os professores acreditam que a HM pode ajudá-los a mostrar aos alunos a necessidade do ensino de certos conceitos, assim como proporcionar-lhes maior compreensão dos mesmos.

Essa conclusão está em consonância com alguns estudos acerca desse tema, por exemplo, o de Fauvel e Maanen (2000):

As duas razões comumente apresentadas para a inclusão da dimensão histórica são que a HM fornece uma oportunidade de desenvolver nossa visão do que é a Matemática; e que isso nos permite ter melhor compreensão dos conceitos e teorias. Em cada uma delas há uma sequência de desenvolvimento do conhecimento: a HM pode, primeiramente, mudar a percepção e o entendimento do próprio professor sobre a Matemática, então influenciará o modo como a Matemática é ensinada, e finalmente afeta a forma como o aluno percebe e entende a Matemática. (p. 63).

- 3) História da Matemática como fator motivador da interdisciplinaridade.

Embora os professores não tenham citado espontaneamente nenhuma possibilidade de relação com outras disciplinas, eles consideram que a HM pode ser uma fonte enriquecedora de temas interdisciplinares.

Essa conclusão também se aproxima do que alguns autores sugerem; por exemplo, o estabelecimento de relação da HM e o estudo da própria História; ou a vinculação entre tópicos próprios à Matemática ou a outras disciplinas tais

como Física, Biologia, Geografia, Música etc. Fauvel e Maanen (2000) afirmam: quando a Matemática é relacionada com outras disciplinas, a conexão deve ser vista não somente em uma direção. Os alunos encontrarão seus entendimentos tanto na Matemática quanto nas outras disciplinas enriquecendo, através da abordagem histórica, simpatia e o auxílio mútuo entre as disciplinas. (p.61)

- 4) História da Matemática e a dificuldade de implementação. Esse quarto elemento, comum às duas pesquisas, diz respeito à complexidade de incluir a HM em sala de aula devido à escassez de tempo. Os professores alegam que “o cumprimento do programa dificulta essa tarefa [usar a HM em sala de aula] e a falta de tempo também está vinculada a essa dificuldade” (Feliciano, 2008, p. 96).

Essa conclusão também é encontrada em algumas pesquisas em que se observa que determinados conteúdos são de difícil tratamento, e um forte limitante a esse tipo de trabalho é o tempo disponível.

Diante desses quatro itens podemos identificar a HM como uma possibilidade que se oferece ao professor para o trabalho em sala de aula, mas a maneira com que ele fará uso do material disponível, além de sua própria formação, é que irão determinar o sucesso ou não dessa escolha.

Esses dois aspectos (disponibilidade de material e formação do professor) não foram tratados por Souto (1997), mas Feliciano (2008) aborda essas questões, uma vez que, no espaço de tempo decorrido entre uma e outra pesquisa, várias políticas públicas e outras ações envolvendo a HM foram sendo implementadas. Ambos os aspectos se revelaram grandes empecilhos ao uso da HM como recurso pedagógico, na visão dos professores, conforme descrevemos abaixo.

- 5) História da Matemática na formação do professor. De modo geral, os professores consideram que sua formação não forneceu subsídios que permitam usar a HM com segurança. Essa é uma discussão que prossegue, cuja pergunta ainda não foi respondida: que HM o futuro professor necessita? Essa questão pode ter dois encaminhamentos, um que indique uma formação específica para o enriquecimento da cultura pessoal do professor, outro que auxilie o professor em sua atuação como educador. Em nossa visão, esses dois encaminhamentos não deveriam seguir separadamente, mas, um complementando o outro. Esse é um campo vasto de pesquisa, ainda pouco explorado.

- 6) Material para auxiliar o professor em sala de aula. Em geral, o professor não dispõe de material sobre HM adequado ou suficiente para realizar algum tipo de trabalho com os alunos. Mercatelli Neto (2009), num estudo sobre material destinado a professores do ensino fundamental, mostra que no Brasil há algumas poucas coleções que datam de 10 a 20 anos atrás, mas que continuam sendo vendidas até hoje porque não se tem produzido algo que venha substituí-las. O que mais se aproxima do que os professores esperam (material voltado ao professor, com uma linguagem acessível e que possa ser utilizado em sala de aula) são alguns exemplares da *Coleção História da Matemática para Professores*, editada pela SBHMat. Sobre essa coleção, Mercatelli Neto conclui que “[...] todos [os textos], à sua maneira, dão suporte ao docente interessado no tema em questão.” (p.87), mas “[...] também constatamos que poucas obras instrumentalizam o professor de maneira mais direta, com propostas já prontas para a aplicação em sala de aula.” (p.88).

Paralelamente, há os livros didáticos que vem, ao longo dos anos, introduzindo algum tipo de inserção histórica em seus textos, mas pesquisas também indicam que a HM presente em grande parte dos livros ainda não é satisfatória. Bianchi (2006), que analisou livros didáticos do ensino fundamental, mostra que a abordagem histórica contida em livros didáticos aumentou nos últimos anos, mas a forma mais frequente com que a história aparece é como informação geral (datas, biografias etc.) ou informação adicional (em geral, na forma de apêndices, sem nenhuma proposta de trabalho integrador). A HM como estratégia didática (recurso que pode levar ao entendimento do conteúdo) pouco aparece nos livros, o que nos leva a concluir que o livro didático cumpre um papel quase que só informativo quando trata da HM.

Assim, mesmo que o professor aposte no valor didático da HM, sua precária ou inexistente formação em HM, aliada à falta de materiais que podem ser usados diretamente em sala de aula, evidenciam que ele não se sente em condições de efetuar atividades que integrem a História ao ensino de Matemática. O que o professor espera, em relação à HM, é poder ter acesso a materiais adequados, e ter o incentivo das instituições superiores por meio de formação e capacitação para efetivar sua atuação como educador.

Em relação a análises de livros didáticos, Pereira (2005) investigou sete obras editadas entre a última metade do século XIX e o século XX, no que diz respeito ao conteúdo dos campos numéricos, focalizando a extensão do corpo

dos números racionais para os reais e como a geometria foi explorada para o tratamento dessa questão. Mais especificamente, foi tomado como ponto central o Teorema de Thales para estudar aspectos relativos à comensurabilidade. Pereira conclui que a maioria dos livros didáticos selecionados apresenta o Teorema de Thales, remetendo à demonstração para o caso em que os segmentos são comensuráveis. Essa conclusão nos faz refletir sobre o abandono da ideia de medida para introduzir os números reais.

Essas reflexões são expostas em outras pesquisas, comentadas a seguir, que foram construindo um projeto maior, cujo tema central é a disciplina de Análise. Vários trabalhos já descritos, a exemplo, os de Oliveira (2004) e Silva (2006), além de Toledo (2008), que também focam fundamentalmente a Análise e o Cálculo, constituem-se como bases importantes para algumas investigações em curso.

Em Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 181) já apareciam as ideias de Batarce (2003) a respeito da Análise:

[...] concebe-se a Análise Matemática não apenas como uma tentativa de fornecer rigor e fundamento ao Cálculo, mas como um conjunto de objetos histórico-matemáticos, que criaram necessidades que não existiam, e para elas dispensaram esforços que culminaram em uma crise de fundamentos e no estabelecimento de novas concepções.

Com essa concepção em mente, e lembrando que o conceito-chave da Análise é o de número real, o trabalho de Pasquini (2007) apresenta um estudo e uma proposta de introduzir os números reais via medição. Sua proposta é baseada, principalmente, no texto de Baroni e Nascimento (2005, p.1) cujo objetivo é:

[...] propor, seguindo sugestão de Henri Lebesgue (1875 – 1941), a retomada da ideia de medição de segmentos como forma primeira de se introduzir números reais positivos, num curso que forma professores de Matemática. Essa abordagem pode ser utilizada para motivar a apresentação de alguns conceitos matemáticos importantes, tais como sequências convergentes, sequências de Cauchy e completude, que, por sua vez, viabilizam a criação de um novo modelo para os números reais.

Antes da introdução dos números reais, Baroni e Nascimento apresentam a noção de proporcionalidade no sentido de comensurabilidade, em concordância

com o desenvolvimento histórico do conceito. Além disso, e conforme salienta Lebesgue (apud BARONI; NASCIMENTO, 2005), o processo de medição permite introduzir tanto os números que serão ditos racionais quanto aqueles que serão ditos irracionais, e também permite estabelecer claramente a relação entre proporcionalidade e racionalidade.

Além da proposta de introduzir os números por meio de medições, Pasquini (2007) discute alguns aspectos gerais sobre a formação de professores. Para a autora, a problemática que envolve o tema números reais contém, também, uma questão mais ampla: muitas vezes, saímos da universidade dotados de conhecimentos sobre determinados temas, e esses conhecimentos estão absolutamente distantes da prática docente e das questões que possivelmente passarão a nossa prática.

Além dessas investigações promovidas por membros do GPHM, devemos ressaltar que vários aspectos referentes à disciplina Análise já foram alvo de investigações por pesquisadores brasileiros tais como Reis (2001), Pinto (2001), Ciani, Ribeiro e Junior (2006), Moreira, Cury e Vianna (2005) e outros. A maioria desses trabalhos apresenta resultados, diagnosticando e apontando as dificuldades dos alunos com a disciplina, mas, em geral, não se percebem propostas explícitas para enfrentar os problemas detectados. Por exemplo, Reis (2001) questiona a forma como os cursos de Análise geralmente são ministrados, afirmando que em boa parte dos mesmos há um excesso de formalismo e rigor na exposição dos temas, e sugere que o primeiro passo para adequar melhor a disciplina de Análise à formação de professores seria “desenvolver um curso de Análise de acordo com as condições intelectuais dos alunos e seus conhecimentos prévios” (REIS, 2001, p. 200). O autor também ressalta a necessidade de superar a abordagem excessivamente rigorosa do ensino tradicional universitário como meio de desenvolver uma melhor formação do professor de matemática.

A disciplina de Análise também motivou o estudo de Pinto (2001), que caracterizou o período de transição do Cálculo para a Análise como um momento de grande impacto e que acaba gerando tensão e ansiedade para os alunos; propõe uma discussão acerca da dicotomia existente na universidade: primeiramente, quando os alunos ingressam na universidade, deparam-se com um trabalho desenvolvido para atender aos objetivos do Cálculo e ao perfil de entrada dos estudantes; posteriormente, o que encontram é uma preocupação dos departamentos em manter o padrão de excelência das disciplinas que desenvolvem os aspectos formais da Matemática. A autora considera que essa dicotomia reforça o impacto causado na transição do Cálculo para a Análise, e

apresenta a necessidade de “se investir em investigar meios de atenuar a transição do Cálculo para a Análise Real” (PINTO, 2001, p. 144).

Outra vertente de discussões atenta, mais especificamente, para a importância da disciplina de Análise na formação do professor de matemática. Ciani, Ribeiro e Júnior (2006) observam que as disciplinas que compõem a grade curricular da graduação, mas com as quais os egressos que atuam na educação básica não conseguem estabelecer vínculos diretos com a atuação profissional, não têm razão de permanecer nos currículos de Licenciatura em Matemática, entre elas, é citada pelos estudantes a disciplina de Análise.

Contrapondo-se a esse resultado, os estudos realizados por Moreira, Cury e Vianna (2005) indicam que os matemáticos consideram a disciplina de Análise importante para o curso de formação de professores de matemática.

Resumindo, as pesquisas, de modo geral, apontam para a necessidade de se rever os currículos de licenciatura no país, particularmente no tocante à disciplina de Análise. Apontam, também, para a dificuldade que os futuros professores encontram em significar o aprendizado dessa disciplina. Além disso, há consenso em que uma das tarefas mais importantes do curso de formação de professores deveria ser a articulação entre os conteúdos matemáticos e a prática docente.

A partir dos trabalhos apresentados, podemos observar que uma discussão sobre o papel da disciplina de Análise em cursos de formação de professores de Matemática é complexa e necessária. O que pretendemos é avançar, fazendo um estudo sobre a importância e a relevância da disciplina Análise na formação de professores de Matemática e abordando vários aspectos na tentativa de responder: por que Análise na licenciatura?

Antes, dentro dessa discussão, podemos questionar: é suficiente dizer que tal disciplina não é importante porque os egressos não percebem sua contribuição no âmbito da atuação profissional? Essa problemática teria relação com a falta de conexão entre Cálculo e Análise? Que conteúdos deveriam ser contemplados numa disciplina de Análise para licenciandos? Seria apenas uma questão de conteúdos? A maior dificuldade do aluno na disciplina está diretamente ligada ao trabalho pouco esclarecedor em relação à mesma em sua formação?

Acreditamos que para obter algumas dessas respostas deveremos lançar um olhar histórico sobre a disciplina, buscando entender, por exemplo: como a Análise se constituiu como disciplina no Brasil; se (e como) a aritmetização da Análise tem sido trabalhada à luz da HM; que conteúdos podem ser caracterizados como componentes da estrutura da disciplina; qual a contribuição

de matemáticos para o desenvolvimento da Análise; como as licenciaturas têm trabalhado com essa disciplina; qual o movimento existente na busca da separação dessa disciplina nos cursos de licenciatura e bacharelado.

Na tentativa de compor um quadro que possa nos dar respostas às questões acima, várias investigações serão necessárias; sobre essa temática, no momento, temos uma pesquisa concluída e duas em andamento.

Em Otero-Garcia (2011), temos uma pesquisa dividida em duas etapas. A primeira delas, do tipo estado do conhecimento, faz um mapeamento da produção brasileira relativa ao ensino de análise em dissertações e teses, artigos em periódicos e trabalhos em anais de eventos. Foi feita uma análise quantitativa desses dados e levantadas questões críticas que emergiram das discussões apresentadas pelos autores dos trabalhos mapeados. Otero-Garcia conclui que a quantidade de pesquisas em ensino de análise ainda é muito pequena, há poucos docentes universitários trabalhando com essa temática e os trabalhos estão relativamente isolados entre si. Além disso, indica que há muitas questões sem resposta sobre a importância e relevância da disciplina de análise em cursos de formação de professores da matemática.

A segunda etapa desse mesmo trabalho, citado no parágrafo anterior, traz um panorama de como vem se estruturando o programa, de um modo geral; e os objetivos, conteúdos e bibliografia da disciplina de análise em dois cursos: o da UNESP e o da USP. O estudo foi realizado por meio de grades curriculares e programas de disciplinas de análise e cálculo. A fonte de dados, dentro da perspectiva de uma pesquisa qualitativa, foi, assim, a análise de documentos. Para a sua análise, seguiram-se as etapas de redução, apresentação e conclusões. Nos cursos da USP e da UNESP não havia disciplinas específicas de análise ou de cálculo em seus primeiros anos, tendo sido essa separação efetivada após a década de setenta. Particularmente, com relação aos objetivos, esses nunca tocaram a questão da formação do professor de matemática no curso da UNESP, e, no da USP há apenas colocações pontuais em alguns anos. A análise da bibliografia mostrou que há uma grande inércia com relação a esse ponto, referências usadas na década de cinquenta ainda podem ser encontradas nos cursos de análise contemporâneos; referências de autores brasileiros, comuns atualmente, começaram a surgir na década de setenta. Em ambos os cursos, os conteúdos trabalhados nos atuais cursos de análise, bem como a sua sequência, foram herdados daqueles primeiros cursos que indistintamente tratavam do cálculo e da análise e não sofreram maiores transformações ao longo dos anos. Também, uma vez estabelecidas as disciplinas específicas de análise na década de setenta,

sua estrutura geral pouco se alterou, apesar das modificações políticas e filosóficas por que passaram os cursos de formação de professores de matemática nesse período de quase quarenta anos.

Das duas partes conjuntamente, Otero-Garcia conclui que a segunda confirmou algumas hipóteses levantadas na primeira e que, de fato, o campo do ensino de análise ainda tem muitos pontos inexplorados, com muitas possibilidades de pesquisa.

Finalmente, as outras duas investigações, ainda em andamento, estão procurando olhar o que professores da disciplina de Análise, coordenadores de cursos de Licenciatura em Matemática, licenciandos e professores de Matemática que já estão atuando em sala de aula têm a dizer acerca da problemática (levantada pelos autores citados até aqui) que envolve a disciplina de Análise na Licenciatura, bem como se existem ações para atenuá-la.

3 Considerações finais

No Brasil, a área de pesquisa em História da Matemática tem avançado consideravelmente, graças, sobretudo, à atuação da Sociedade Brasileira de História da Matemática em ações tais como a edição da Revista Brasileira de História da Matemática e a realização dos Seminários Nacionais de História da Matemática. Vários grupos têm se constituído ao longo dos últimos anos, sendo o GPHM da UNESP de Rio Claro um dos pioneiros. Sua produção tem se voltado a temas que abordam história de instituições e de personagens, articulada à história de disciplinas, conceitos e materiais escolares. Também, em contextos mais gerais da Educação Matemática, apresenta resultados de pesquisa que apoiam a compreensão a respeito das concepções de professores sobre o uso da História da Matemática em sala de aula; do material sobre História da Matemática acessível ao professor; da presença da História da Matemática em livros didáticos; das propostas da introdução dos números reais via medição; e da disciplina de Análise em cursos de formação de professores.

Referências

BARONI, R. L. S.; NASCIMENTO, V. M. **Um Tratamento, via Medição, para os Números Reais**. Rio Claro: SBHMat, 2005. Coleção História da Matemática para Professores.

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. R. A Pesquisa em História da Matemática e suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 129-136.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 164-185.

BATARCE, M. S. **Um Contexto Histórico para Análise Matemática para uma Educação Matemática**. 2003. 52f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

BIANCHI, M. I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da História da Matemática em livros didáticos**. 2006. 103f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

CIANI, A. B.; RIBEIRO, D. M.; A. JÚNIOR, M. Formação de Professores de Matemática: um ponto de vista dos egressos. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006, Caxias do Sul. **Anais...** Caxias do Sul: UCS, 2006. p. 1-9.

COELHO, R. A. **A História dos Problemas da Tautócrona e da Braquistócrona**. 2008. 105f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. (Org.). **History in Mathematics Education: the ICMI study**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FELICIANO, L. F. **O uso da História da Matemática em sala de aula: o que pensam alguns professores do ensino básico**. 2008. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MARTINS, C. R. P. **A Resolução de Equações Algébricas por Radicais**. 2006. 69f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

MERCATELLI NETO, H. **A Coleção História da Matemática para Professores**: um estudo sobre possibilidades de uso por professores das séries finais do ensino fundamental. 2009. 95f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que Análise Real na Licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, n.23, p. 11-42, jan./jun. 2005.

NOGUTI, F. C. H. **O Livro “Theorie des Approximations Numériques et du Calcul Abrégé” de Agliberto Xavier**. 2005. 130 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

OLIVEIRA, A. S. V. **O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904**: uma análise documental. 2004. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

OTERO-GARCIA, S. C. **Uma Trajetória da Disciplina de Análise e um Estado do Conhecimento sobre seu Ensino**. 2011. 529f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.

PASQUINI, R. C. G. **Um Tratamento para os Números Reais Via Medição de Segmentos**: uma proposta, uma investigação. 2007. 209f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

PEREIRA, A. C. C. **Teorema de Thales**: um contexto entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de Matemática. 2005. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

PINTO, M. M. F. Discutindo a Transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LAUDARES, J. B.; LACHINI, J. **A Prática Educativa sob o Olhar de Professores de Cálculo**. Belo Horizonte: FUMARC, 2001. p. 123-145.

REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise**: a visão de professores pesquisadores e autores de livros didáticos. 2001. 302f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

SILVA, J. R. **Matemática no ensino primário: duas paisagens, uma história, muitas interrogações.** 2009. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

SILVA, L. R. R. S. **Prof. J. O. Monteiro de Camargo e o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Análise na Universidade de São Paulo.** 2006. 233f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

SOUTO, R. A. M. **História e Ensino da Matemática:** um estudo sobre as concepções do professor do ensino fundamental. 1997. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

TOLEDO, J. C. **Uma História do Processo de Institucionalização da Área da Análise Matemática no Brasil.** 2008. 315f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

