



DULLIUS, M.M. **Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico**. 2009. 514f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Programa de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias, Departamento de Didáticas Específicas, Universidade de Burgos, Burgos, Espanha, 2009. (Orientadora: Dra. Eliana Angela Veit. Co-orientador: Dr. Ives Solano Araujo).

Por Débora da Silva Soares*

Esta resenha traz uma síntese do trabalho de pesquisa realizado por Dullius sobre o ensino de Equações Diferenciais. Sua pesquisa foi motivada, principalmente, por sua experiência como professora de Cálculo para alunos dos cursos das Engenharias Computacional, Ambiental e Química Industrial, onde percebeu a insatisfação dos mesmos com relação ao conteúdo, uma vez que não compreendiam sua importância para a sua carreira profissional. A autora, então, propõe uma abordagem às Equações Diferenciais a partir do estudo de situações problemas contextualizadas, com o auxílio da planilha eletrônica do *OpenOffice* e do software *Powersim*.

No primeiro capítulo, a autora faz uma introdução ao trabalho, apresentando seus objetivos, sua motivação, o caráter geral da proposta pedagógica elaborada e os autores base do seu aporte teórico. Sua pesquisa está orientada por três questões principais:

1. Quais são as principais dificuldades dos estudantes na aprendizagem das equações diferenciais?
2. Como podemos ajudar aos alunos na obtenção de uma aprendizagem significativa das equações diferenciais?
3. Como podemos trabalhar com recursos computacionais para amenizar estas dificuldades? Quais são as vantagens e desvantagens do uso deste tipo de ferramenta no ensino das equações diferenciais? (DULLIUS, 2009, p. 3).

* Doutora em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, Brasil. Endereço: Av. 24-A, 1515, Bela Vista, CEP: 13506-900, Rio Claro, SP, Brasil. E-mail: debbie_mat@yahoo.com.br

No segundo capítulo, a autora faz uma revisão de literatura e apresenta pesquisas relacionadas ao tema de estudo, que foram encontradas em artigos publicados em revistas classificadas como A, B e C pela CAPES na área de Ensino de Ciências e Matemáticas. Ela organiza essas pesquisas segundo duas categorias principais: (i) o ensino de conteúdos de matemática do Ensino Superior com o uso de algum software de modelagem; (ii) ensino e aprendizagem de equações diferenciais. Em seus comentários sobre a revisão de literatura, a autora ressalta os principais resultados apresentados pelas pesquisas analisadas, que incluem: a constatação da predominância de um ensino de equações diferenciais baseado nas técnicas analíticas de resolução e do pouco uso de recursos tecnológicos; as dificuldades dos alunos em compreender: o significado dos termos das equações diferenciais com relação ao fenômeno que representam, funções como sendo soluções, e funções que representam a taxa de variação de uma quantidade e não a quantidade em si; a resistência dos alunos ao trabalhar com abordagens mais qualitativas para o estudo de equações diferenciais entre outros.

No capítulo três, a autora apresenta e discute questões relacionadas ao marco teórico da tese, a partir do qual estruturou a proposta de trabalho. Esse marco teórico consiste na Teoria da Aprendizagem Significativa, proposta por Ausubel (2003), e na Teoria Sociointeracionista, proposta por Vygotsky (2000). A ideia central da aprendizagem significativa é que ela ocorre quando o indivíduo estabelece uma interação entre os conceitos novos e os conceitos que já possui, de uma forma não arbitrária e substantiva, ou seja, de forma independente dos símbolos que o representam.

Para Ausubel (2003), o professor tem um papel importante no processo de ensino e aprendizagem, e os materiais utilizados para o ensino devem ser desenvolvidos de forma que estimulem a aprendizagem significativa. Já a Teoria Sociointeracionista tem como ideia central o desenvolvimento cognitivo como resultado de um processo social, histórico e cultural. Segundo Vygotsky (2000), as interações sociais são essenciais para a aprendizagem, que pode ser compreendida a partir do momento que consideramos dois tipos de desenvolvimento: o desenvolvimento real, que é determinado pela capacidade do aluno de resolver atividades de forma independente, e o desenvolvimento potencial, que é determinado pela capacidade do aluno de resolver atividades com o auxílio do professor ou de um colega mais experiente. A distância entre um e outro é chamada zona de desenvolvimento proximal, que é intermediária entre o desenvolvimento e a aprendizagem.

No capítulo quatro, a autora define equações diferenciais ordinárias; apresenta sua classificação; descreve os métodos de solução analíticos e numéricos das equações lineares de primeira ordem, das equações de variáveis separáveis de primeira ordem e das equações lineares de segunda ordem; e apresenta representações gráficas das soluções das equações usadas como exemplo. A autora também apresenta, de forma breve, os objetivos da proposta de trabalho utilizada em seu estudo, a saber, o estudo de equações diferenciais inserido em um contexto de aplicação e de uma forma equilibrada quanto aos métodos numéricos, gráficos e analíticos, com o auxílio do software *Powersim*¹. Finalmente, exemplifica algumas das questões abordadas em seu estudo através de exemplos envolvendo o crescimento exponencial e o movimento de queda de um objeto.

No quinto capítulo, a autora apresenta a metodologia de pesquisa e discute os resultados. Ela inicia com uma apresentação geral da metodologia, justificando-a como qualitativa e caracterizando-a segundo Ludke e André (1986). Foram realizados quatro estudos ao longo de sua pesquisa, e Dullius os apresenta de forma detalhada.

No estudo preliminar, a autora entrevistou quatro professores da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), dois matemáticos e dois físicos, com experiência no ensino de disciplinas de equações diferenciais. As entrevistas foram realizadas individualmente e tiveram quatro perguntas base. O objetivo da autora era identificar a metodologia de ensino utilizada pelos professores e a forma de avaliação; as dificuldades que eles percebiam nos alunos e sugestões para contorná-las; seu ponto de vista sobre o uso de recursos computacionais. Ainda como parte desse estudo, a autora acompanhou o trabalho de 35 alunos da turma do segundo semestre de 2005 do curso de Ciências Exatas das Universidades Integradas do Vale do Taquari e Ensino Superior (UNIVATES), Lajeado, RS, cursando a disciplina de equações diferenciais. A abordagem de trabalho desenvolvida foi tradicional e o principal objetivo da autora era identificar as dificuldades enfrentadas pelos alunos no aprendizado de equações diferenciais. Registros escritos, elaborados a partir da observação participante, e questionários propostos aos alunos no final do curso foram as principais fontes de dados da autora nessa fase. As perguntas do questionário incluíam uma avaliação da disciplina e da participação do aluno, assim como

¹ O *Powersim* é um software que permite a elaboração de modelos formados por fluxogramas. Ele apresenta representações gráficas das soluções do modelo construído e permite que os parâmetros e as condições iniciais e de contorno sejam modificadas.

questões mais específicas quanto ao conteúdo de equações diferenciais e às dificuldades enfrentadas pelos alunos.

Com base nesses dados e na literatura estudada a autora pôde concluir que, caracterizando algumas das principais dificuldades dos alunos, aparecem: (a) dificuldades quanto ao conhecimento de matemática básica e entendimento do conceito de derivada e integral assim como suas interpretações; (b) resistência na consideração de representações gráficas e numéricas como legítimas; (c) falta de motivação para compreender o que realmente fazem; (d) dificuldades de interpretação de gráficos.

No mesmo capítulo, a autora apresenta os procedimentos metodológicos e os resultados obtidos com a coleta de dados nos três estudos que desenvolveu. Segundo ela, de um estudo para outro foram feitas modificações tanto nos procedimentos de coleta de dados quanto na proposta pedagógica em si. Essas modificações na proposta foram baseadas nas sugestões dos alunos do estudo anterior. Em todos os estudos, a autora aplicou as atividades elaboradas em turmas de Cálculo III da UNIVATES. Os alunos cursavam os cursos de Química Industrial e Engenharia (Informática, de Produção, de Automação e Controle, e Ambiental).

A proposta da autora foi elaborada de modo que os alunos trabalhassem em duplas ou trios, com o auxílio da planilha eletrônica e do software *Powersim*, analisando situações-problema selecionadas por ela e consideradas importantes para a área de estudo dos alunos. As situações-problema propostas foram: desintegração radioativa, crescimento da população, absorção de medicamentos pelo organismo, reações químicas, problemas de mistura, Lei do Resfriamento de Newton, queda de corpos com resistência do ar, circuitos elétricos, crescimento populacional logístico, e propagação de enfermidades. As atividades foram propostas através de guias que os alunos preenchiam e entregavam à professora (autora da tese) no final da aula. Essas atividades eram formadas por questões que auxiliavam os alunos na elaboração de modelos para as situações-problema com o software *Powersim*, na análise do comportamento de suas soluções e na análise da influência dos parâmetros do modelo nesse comportamento. Algumas atividades foram realizadas sem o uso do computador e tinham como principal objetivo a resolução analítica das equações estudadas e da comparação dessas equações com os modelos elaborados pelos alunos.

Em todos os estudos os dados foram compostos por: (i) um questionário preenchido no final do semestre com o objetivo de avaliar a participação dos alunos na disciplina, suas dificuldades, sua avaliação sobre a metodologia de trabalho e sobre o trabalho em duplas, sua avaliação sobre o uso do software para a aprendizagem e sugestões de melhoria da proposta; (ii) entrevistas

realizadas ao final do semestre com os alunos com objetivos semelhantes aos do questionário, porém com argumentos mais detalhados por parte dos alunos, além de um objetivo relacionado a uma avaliação conceitual sobre as equações diferenciais; (iii) notas de campo, contendo observações das aulas; (iv) respostas dos alunos às guias com as atividades propostas. Nos Estudos 2 e 3 ainda foram aplicados dois testes de conhecimento: um inicial com o intuito de avaliar os subsunçores, ou seja, os conhecimentos necessários para a aprendizagem de equações diferenciais, em particular, derivadas e integrais; um final, com o intuito de avaliar os conhecimentos sobre equações diferenciais.

A análise dos dados foi realizada de forma mista. Os questionários e os testes tiveram uma análise quantitativa na qual se aplicou o cálculo do coeficiente alfa de Cronbach, com o intuito de estimar a proporção de confiabilidade dos itens dos questionários e dos testes. Com base nesse coeficiente a autora considerou a mudança de algumas atividades da proposta na passagem do Estudo 2 para o Estudo 3. Os demais materiais tiveram uma abordagem qualitativa de análise.

Nas considerações finais a autora faz uma revisão das ações realizadas na pesquisa e aponta os resultados gerais do trabalho: (i) o trabalho em duplas revelou-se de suma importância para os alunos; (ii) o uso do computador facilitou a visualização e a elaboração de cálculos; muitos alunos não o identificaram como positivo para a aprendizagem uma vez que os softwares não colaboraram com o aprendizado das soluções analíticas das equações; (iii) o trabalho com situações-problema relacionadas a sua área de estudo motivou os alunos; (iv) apesar de entenderem a metodologia de trabalho como sendo positiva, muitos alunos tiveram dificuldades com ela, sentindo falta de aulas expositivas e de exercícios modelo; (v) os alunos apresentaram resistência em considerar soluções geométricas e numéricas como sendo legítimas. A avaliação geral da autora é que a metodologia de trabalho desenvolvida é positiva, mas devem ser consideradas questões como a adaptação dos alunos a ela, que pode ser lenta.

A autora apresenta uma sessão extensa de anexos contendo as perguntas das entrevistas e dos questionários, assim como as questões das guias de atividades de cada um dos estudos e as questões dos testes de conhecimento.

O assunto abordado na tese de Dullius é de grande importância para o ensino superior, uma vez que trata de um conteúdo ainda pouco estudado pelos educadores matemáticos e que está presente no currículo de vários cursos superiores. A tese está bem escrita, com recortes dos dados permeando o texto e exemplificando as colocações da autora, e seu aporte teórico é coerente com seu assunto, abordagem e objetivos. Os resultados apresentados são corroborados por outras pesquisas sobre o tema, como afirma a autora, e a proposta desenvolvida com os alunos busca ressaltar aspectos interessantes sobre equações diferenciais.

A título de reflexão, destaco um aspecto sobre a pergunta proposta pela autora referente às possibilidades de trabalho com software no ensino de equações diferenciais. De fato, a autora se preocupa em investigar se e como os softwares contribuem para a aprendizagem sobre o assunto, entretanto a tese não apresenta uma discussão teórica mais aprofundada sobre esse tema, apesar de apresentar pesquisas relacionadas ao uso de softwares no ensino superior e se basear nas colocações dos alunos sobre o assunto. Creio que seria importante um maior embasamento teórico com relação ao tema de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem para dar mais suporte à análise dos dados.

Um segundo ponto que destaco diz respeito ao cálculo do coeficiente de Cronbach para a análise da confiabilidade dos testes de conhecimento e dos questionários. Não está muito claro, na tese, como o resultado do teste pode ser utilizado para subsidiar as decisões tomadas pela autora. Como o trabalho está caracterizado dentro de uma metodologia qualitativa, seria interessante que a análise quantitativa ficasse bem explicada, de modo a justificar sua harmonia com a perspectiva efetivamente defendida.

De forma geral, a pesquisa de Dullius incita a reflexão sobre diversos aspectos relacionados com o ensino de equações diferenciais, evidenciando as dificuldades enfrentadas pelos estudantes com relação a esse tema, assim como questionando os modos de ensino, ainda prevalentes nas universidades, baseados em algoritmos de resolução analítica. Em contrapartida, ela apresenta uma proposta de ensino que busca equilibrar as diferentes abordagens de estudo dessas equações, além de ressaltar sua importância para a formação dos alunos que estudam esse conteúdo.

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Platano, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.